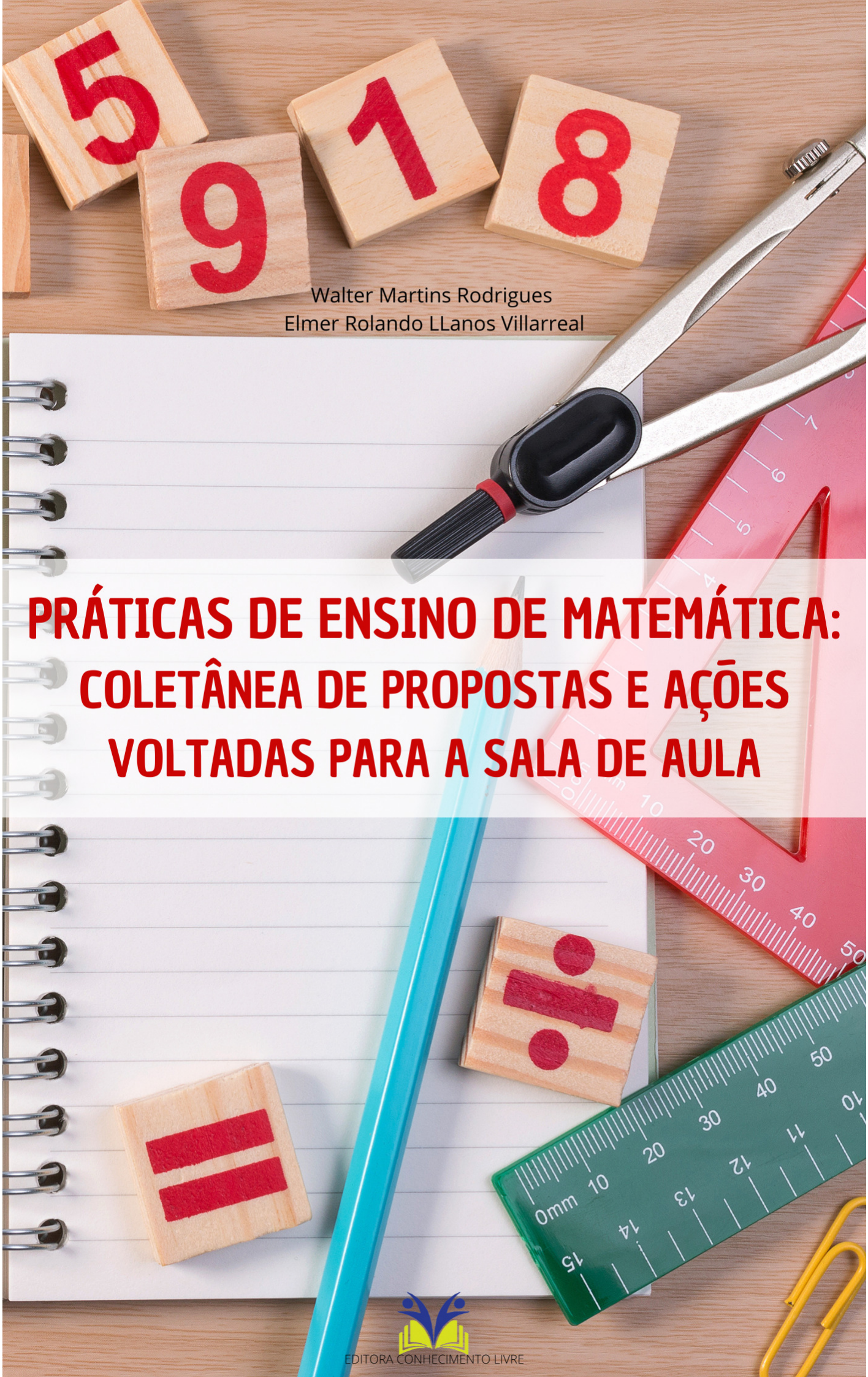


Walter Martins Rodrigues
Elmer Rolando LLanos Villarreal

PRÁTICAS DE ENSINO DE MATEMÁTICA: COLETÂNEA DE PROPOSTAS E AÇÕES VOLTADAS PARA A SALA DE AULA

EDITORA CONHECIMENTO LIVRE

Walter Martins Rodrigues
Elmer Rolando LLanos Villarreal

Práticas de ensino de Matemática: Coletânea de propostas e ações voltadas para a sala de aula

1ª ed.

Piracanjuba-GO
Editora Conhecimento Livre
Piracanjuba-GO

Copyright© 2024 por Editora Conhecimento Livre

1ª ed.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Rodrigues, Walter Martins
R146P Práticas de ensino de Matemática: Coletânea de propostas e ações voltadas para a sala de aula
/ Walter Martins Rodrigues. Elmer Rolando LLanos Villarreal. – Piracanjuba-GO

Editora Conhecimento Livre, 2024

214 f.: il
DOI: 10.37423/2024.edcl985
ISBN: 978-65-5367-546-9
Modo de acesso: World Wide Web
Incluir Bibliografia

1. mestrado-profissional-em-matemática 2. intervenções-no-ensino-de-matemática 3. interdisciplinaridade I. Rodrigues, Walter Martins II. Villarreal, Elmer Rolando LLanos III. Título

CDU: 510

https://doi.org/10.37423/2024.edcl985

O conteúdo dos artigos e sua correção ortográfica são de responsabilidade exclusiva dos seus respectivos autores.

EDITORA CONHECIMENTO LIVRE

Corpo Editorial

MSc Edson Ribeiro de Britto de Almeida Junior

MSc Humberto Costa

MSc Thays Merçon

MSc Adalberto Zorzo

MSc Taiane Aparecida Ribeiro Nepomoceno

PHD Willian Douglas Guilherme

MSc Andrea Carla Agnes e Silva Pinto

MSc Walmir Fernandes Pereira

MSc Edisio Alves de Aguiar Junior

MSc Rodrigo Sanchotene Silva

MSc Adriano Pereira da Silva

MSc Frederico Celestino Barbosa

MSc Guilherme Fernando Ribeiro

MSc. Plínio Ferreira Pires

MSc Fabricio Vieira Cavalcante

PHD Marcus Fernando da Silva Praxedes

MSc Simone Buchignani Maigret

Dr. Adilson Tadeu Basquerote

Dra. Thays Zigante Furlan

MSc Camila Concato

PHD Miguel Adriano Inácio

MSc Anelisa Mota Gregoleti

PHD Jesus Rodrigues Lemos

MSc Gabriela Cristina Borborema Bozzo

MSc Karine Moreira Gomes Sales

Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares

MSc Pedro Panhoca da Silva

MSc Helton Rangel Coutinho Junior

MSc Carlos Augusto Zilli

MSc Euvaldo de Sousa Costa Junior

Dra. Suely Lopes de Azevedo

Dr. Francisco Odecio Sales

MSc Ezequiel Martins Ferreira

MSc Eliane Avelina de Azevedo Sampaio

MSc Carlos Eduardo De Oliveira Gontijo

Dr. Rodrigo Couto Santos

Dra. Milena Gaion Malosso

PHD Marcos Pereira Dos Santos

Editora Conhecimento Livre
Piracanjuba-GO
2024

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 5
ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DE JOGOS MATEMÁTICOS CONSTRUÍDOS COM MATERIAIS RECICLÁVEIS NO ENSINO FUNDAMENTAL II
Marcelo Alves de Albuquerque
Walter Martins Rodrigues
Ronildo Nicodemos da Silva
José Eduardo Colle
DOI 10.37423/240709146

CAPÍTULO 2 29
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO MÉDIO: SEQUÊNCIA DIDÁTICA DAS HABILIDADES DA COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3 DA BNCC
Kaio Lamaison Araújo Câmpelo
Walter Martins Rodrigues
Odirlei Silva Jesus
DOI 10.37423/240709195

CAPÍTULO 3 52
ENSINO DAS OPERAÇÕES BÁSICAS NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA APLICAÇÃO ATRAVÉS DA RECOMPOSIÇÃO DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA
Rogério da Silva Costa
Walter Martins Rodrigues
Elmer Rolando Llanos Villarreal
DOI 10.37423/240709196

CAPÍTULO 4 80
LACUNAS NO APRENDIZADO MATEMÁTICO: UM ESTUDO SOBRE OS CONCEITOS DO ENSINO FUNDAMENTAL II QUE DEMANDAM APRENDIZADO NO ENSINO MÉDIO
Antônio Neudvam Bandeira Lima
Walter Martins Rodrigues
DOI 10.37423/240809218

CAPÍTULO 5 104
O EXCEL COMO FERRAMENTA PARA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES POR ESCALONAMENTO
José Cláudio da Silva
Walter Martins Rodrigues
Elmer Rolando Llanos Villarreal
DOI 10.37423/240809219

CAPÍTULO 6 135
PROPOSTA DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS COM USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NO ENSINO MÉDIO
Pedro Marcelo Lima de Oliveira
Maria Joseane Felipe Guedes Macêdo
Antônia Jocivania Pinheiro
DOI 10.37423/240809220

CAPÍTULO 7 158
UMA EXPLORAÇÃO SOBRE ARTEFATOS MESOPOTÂMICOS E SUAS POSSIBILIDADES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA
Evanildo Borges da Silva
Benjamim Cardoso da Silva Neto
DOI 10.37423/240809227

CAPÍTULO 8 190
A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO PROPOSTA DE ELETIVA PARA O NOVO ENSINO MÉDIO
Joice de Lima Costa Rocha
Antonio Gomes Nunes
DOI 10.37423/240809266

Capítulo 1

10.37423/240709146

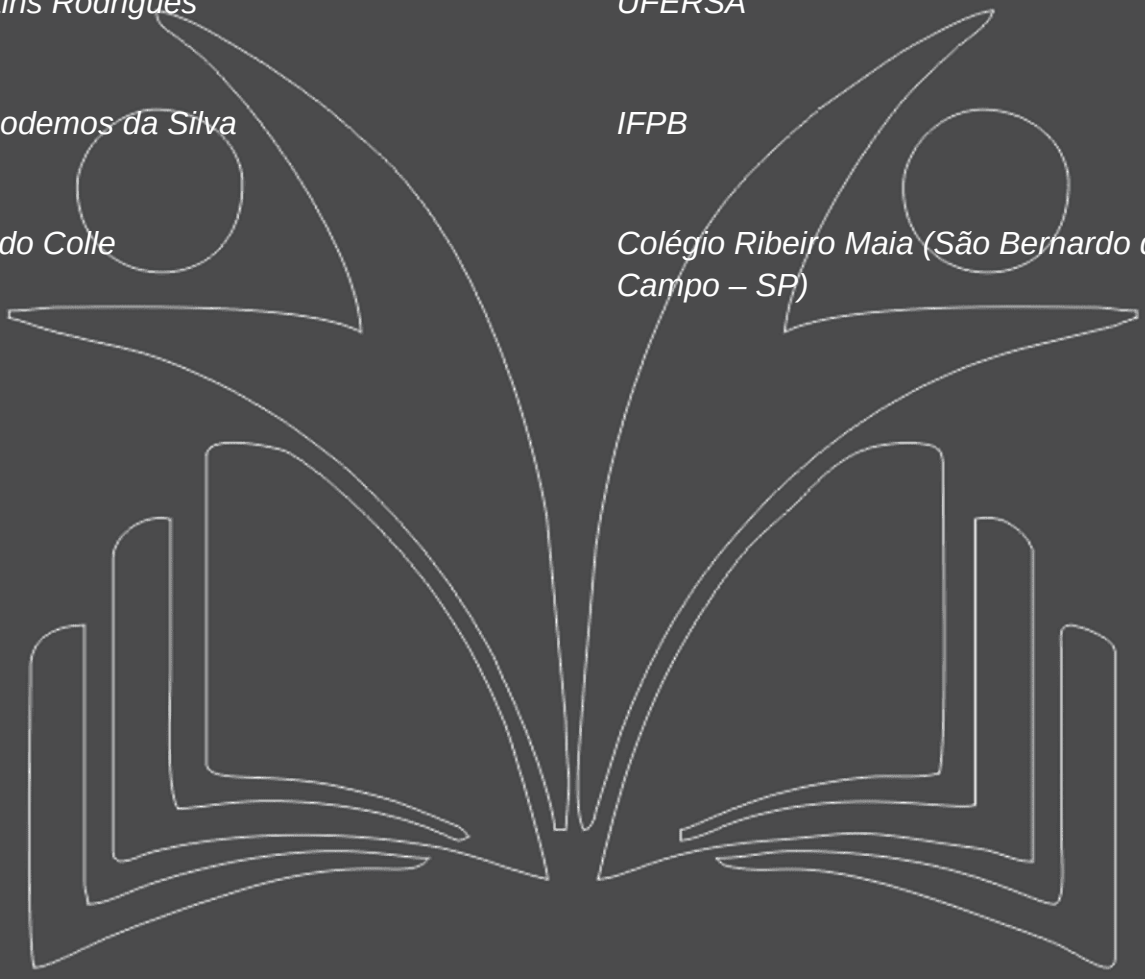
ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DE JOGOS MATEMÁTICOS CONSTRUÍDOS COM MATERIAIS RECICLÁVEIS NO ENSINO FUNDAMENTAL II

Marcelo Alves de Albuquerque — *UFERSA*

Walter Martins Rodrigues — *UFERSA*

Ronildo Nicodemos da Silva — *IFPB*

José Eduardo Colle — *Colégio Ribeiro Maia (São Bernardo do Campo – SP)*



Resumo: Observando o contexto da educação brasileira ainda com resquícios deixados pelo período de pandemia da covid-19, o qual afetou o mundo em todo os sentidos, mas que deixa impactos duradouros no contexto educacional, o presente trabalho se dedicou a proposição da construção de jogos matemáticos utilizando materiais recicláveis por parte dos alunos do 9º ano do fundamental II da Escola Municipal Leônia Gurgel de Azevedo, na cidade de Caraúbas/RN com o objetivo de investigar o impacto do uso da ludicidade no ensino da matemática visando sobretudo a recomposição de aprendizagens, com foco principal nas operações aritméticas básicas, incentivando o trabalho em grupo, mostrando que a matemática pode ser mais palpável e acessível nos contextos mais simples do cotidiano, aliando com o cuidado com o meio ambiente e a busca pela sustentabilidade.

Palavras-chave: Ludicidade. Recomposição de aprendizagens. Sustentabilidade.

1 INTRODUÇÃO

A educação brasileira vive um momento de recuperação após um período jamais vivenciado no mundo moderno ocasionado pela pandemia da covid-19, a qual impactou todos os aspectos da vida humana, sendo a educação, uma das mais atingidas.

Os desafios de promover melhorias na educação se multiplicaram, frente a uma época em que não podemos deixar de avaliar apenas o aspecto do aprendizado em si, mas levar em conta todos os aspectos da vida em sociedade, que deve ser muito bem trabalhado durante a formação cidadã das crianças e adolescentes.

Diante de tal cenário, viu-se uma acentuação da importância do trabalho do professor, no convívio escolar, que deve sempre se reinventar para manter o espaço educacional atualizado com o mundo moderno, no qual, diante de novas tecnologias e o avanço das Ais (inteligências artificiais), o trabalho do professor muitas vezes acaba sendo questionado. Mas, diante de momentos de crise, foi perceptível que o contato diário de professores e alunos, principalmente crianças e adolescentes é mais que necessário.

O âmbito da educação pública é o local ideal para se promover o convívio com a diversidade, respeito às diferenças e exercício do direito à cidadania, no qual, a escola ocupa um dos papéis institucionais mais relevantes, acompanhando as pessoas desde seus primeiros passos, até a formação de cidadãos atuantes frente aos problemas da realidade. Nesse contexto, a escola municipal Leônia Gurgel de Azevedo localizada na cidade de Caraúbas, estado do Rio Grande do Norte, tem o desafio árduo de promover a educação e libertar vidas em meio a um bairro que apresenta um histórico de violência, tendo em vista que se encontra numa região periférica da cidade. Nos deparamos com alunos em situação de vulnerabilidade financeira, famílias desestruturadas, traumas psicológicos entre outros problemas sociais, que se agravaram no período pandêmico vivido no ano de 2020. A educação permite que possamos transformar nossa realidade enquanto cidadãos, enriquecendo nosso modo de ver o mundo por meio do conhecimento principalmente da nossa língua materna, da matemática básica e dos métodos científicos. O ensino de tais fundamentos é potencializado quando permite que sejamos protagonistas da construção do nosso conhecimento, não apenas como um “mero receptáculo bocejante do conhecimento” (FREIRE, 2005).

A proposta de trabalhar com a construção de jogos construído por parte dos alunos, se baseia em metodologias ativas que sugerem colocar os alunos como atores principais do processo de ensino

aprendizagem, explorando aspectos do seu cotidiano, aliado com a importância da utilização de materiais recicláveis facilmente encontrados no dia a dia, visando despertar atitudes sustentáveis e o cuidado com o meio ambiente.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 OBJETIVOS GERAIS

Na tentativa de verificar os efeitos da utilização de jogos matemáticos confeccionados com materiais recicláveis, este trabalho se direcionou apresentação de propostas de construir jogos, por parte dos alunos da turma do 9º ano do ensino fundamental II da Escola Municipal Leônia Gurgel de Azevedo.

1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

A pesquisa busca analisar se o emprego dos jogos matemáticos intercalados com aulas expositivas, são capazes de promover participação e melhorias no rendimento dos alunos, tornando a matemática mais palpável e próxima do seu cotidiano, estimulando também o trabalho em grupo, despertando o desenvolvimento da didática por meio do protagonismo na exposição das regras dos jogos, recompor aprendizagens utilizando principalmente operações básicas (soma, subtração, multiplicação e divisão), ampliar a memorização e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

A proposta também tem o papel de investigar o comportamento dos alunos com necessidades especiais diante de atividades lúdicas que envolvem o contato principalmente com as operações básicas da matemática, diante também do desafio de se trabalhar em grupo, promovendo a inclusão tão buscada atualmente, sendo uma proposta que permite combater o preconceito e vivenciar o respeito às diferenças no seu sentido mais pleno.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Os professores da educação básica se deparam com um cenário de reestruturação da educação brasileira, que se reergue por um trabalho de muitas mãos, que deve ser analisado desde o momento que se iniciou o isolamento social, que teve como impacto direto na educação, o fechamento das escolas, que passaram a funcionar em um formato remoto ou híbrido, decorrentes da situação inédita no mundo globalizado, ocasionado pela da Covid-19.

No ano anterior à pandemia (2019), segundo o Centro Regional para o Desenvolvimento de Estudos sobre a Sociedade da Informação (CETIC) “Três em cada quatro brasileiros acessavam a internet, o que

equivalia a 134 milhões de pessoas. Embora a quantidade de usuários e os serviços online utilizados tenham aumentado, ainda persistem diferenças de renda, gênero, raça e regiões" (CETIC, 2019). Na mesma pesquisa verificou-se que no tocante ao grau de instrução, 97% dos usuários que têm curso superior acessam a rede e 16% dos analfabetos ou da educação infantil usam a internet.

Isso mostrou que o momento de adaptação ao ensino remoto acabou deixando alguns alunos menos favorecidos de fora do processo de ensino. Um levantamento encomendado pela Fundação Lemann em parceria com o Itaú Social e a Imaginable Futures, feito pelo Instituto de pesquisa DataFolha entre os meses de setembro e outubro de 2019 apontou que:

> 71% dos responsáveis pelos estudantes estavam valorizando mais o trabalho desenvolvido pelos professores e 94% consideraram muito importante que os docentes estejam disponíveis para correção de atividades e esclarecimento de dúvidas durante as aulas não presenciais. (DataFolha, 2020)

Segundo a doutora em política educacional e ex-secretária do ministério da educação (MEC), Ilona Becskeházy (2020), existe uma janela fisiológica onde a criança desenvolve a capacidade leitora e numérica, normalmente entre os 5 e 7 anos de idade, com isso, as crianças poderiam apresentar déficits em diversos aspectos num futuro próximo. Os jovens que no ano de 2020 estavam com as aulas presenciais suspensas, estão atualmente no ensino fundamental II, e costumam apresentar dificuldades decorrentes do distanciamento escolar vivido no mundo pandêmico, as quais se refletem na dispersão dos alunos, falta de concentração, dificuldade de memorização, dentre outros traumas que se mostram visíveis no convívio escolar, bem como no cotidiano fora da escola.

É importante frisarmos que, as dificuldades relacionadas a disciplina de matemática tem um contexto histórico, ou seja, não está ligada somente ao fato da pandemia, onde é nítido que houve atrasos relacionados a mesma, porém, o desafio já existia antes, podemos dizer que este foi deveras acentuado.

A utilização de jogos explorando sua natureza lúdica, aliada com o ensino da matemática, pode promover o desenvolvimento de habilidades elencadas na base nacional comum curricular (BNCC):

> Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BNNC, 2017, p. 266)

A ideia de construir os jogos com materiais recicláveis se evidencia na necessidade de despertar o cuidado com o meio ambiente e o desenvolvimento de práticas sustentáveis, no qual é papel dos educadores estimular os alunos a refletirem sobre tais problemas que abrange a esfera ambiental, econômica e acima de tudo social, sendo esse um dos grandes desafios do mundo contemporâneo. A BNCC tem como competência especifica da matemática na educação básica:

> Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática. (BNCC, 2017, p. 531)

Em uma abordagem direcionada para o ensino fundamental I, principalmente nas turmas de 2º e 3º ano, pesquisadores da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), verificaram que o uso de materiais recicláveis no ensino da matemática, com foco na geometria, permitiu que os alunos absorvessem o conteúdo de forma prática, por meio de situações concretas do dia a dia. O estudo concluiu que:

> A ação contribuiu para a motivação em pesquisas e formas alternativas de complementar um conteúdo apresentado em sala, levando também, para o ensino superior dos mesmos. Além disso, com a utilização de materiais reciclados, os alunos do Ensino Fundamental I e a equipe desenvolveram um novo olhar sobre o descarte e a reutilização dos materiais, apresentando uma nova funcionalidade aos materiais que seriam descartados. Adicionalmente, no transcorrer dos jogos os erros estimularam os alunos a novas tentativas, com planejamento de melhores jogadas a partir do conhecimento adquirido anteriormente. (MACEDO et al., 2019, p. 11)

A escolha da turma do 9º do ensino fundamental, se verifica pelo fato de que o último ano de ensino fundamental II é o momento em que o professor deve tentar garantir que seus alunos chegarão à etapa do ensino médio, com uma forte base principalmente nas operações aritméticas, as quais propiciam a melhor compreensão dos conteúdos subsequentes. O trabalho de recomposição de aprendizagens realizado por Costa, Rodrigues e Villarreal (2022, p. 26), mostrou que:

> [...] houve uma contribuição positiva em relação a aprendizagem das operações básicas, principalmente a multiplicação e divisão, que permitem uma melhor progressão dos assuntos que necessitam dessas bases, dessa forma, a recomposição da aprendizagem matemática pode ser utilizada como uma estratégia por parte dos professores que vise amenizar ou até sanar dificuldades dos alunos sem se tornar repetitivo em pontos que geraram dificuldades na aprendizagem. (COSTA et al., 2022, p. 26)

Colocar o aluno como protagonista do desenvolvimento de projetos é um aspecto das metodologias ativas, que é potencializada quando se aproxima do cotidiano dos alunos. Segundo Moran (2018, p. 23):

> As pesquisas atuais da neurociência comprovam que o processo de aprendizagem é único e diferente para cada ser humano, e que cada pessoa aprende o que é mais relevante e o que faz sentido para si, o que gera conexões cognitivas e emocionais. Metodologias ativas englobam uma concepção do processo de ensino e aprendizagem que considera a participação efetiva dos alunos na construção da sua aprendizagem, valorizando as diferentes formas pelas quais eles podem ser envolvidos nesse processo para que aprendam melhor, em seu próprio ritmo, tempo e estilo.

Ainda sobre o processo de ensino ativo, Libânio discorre sobre a necessidade de haver uma ligação entre a sala de aula e os aspectos sociais que podem ser alcançados por meio desse método.

> A prática educativa em nossa sociedade, através do processo de transmissão e assimilação ativa de conhecimento e habilidades, deve ter em vista a preparação de crianças e jovens para uma compreensão mais ampla da realidade social, para que essas crianças e jovens se tornem agentes ativos de transformação dessa realidade. (LIBÂNEO, 1994, p. 151- 152)

Vivemos numa geração que contempla a era digital, e dentro dessa era, a presença de jogos é uma constante no dia a dia dos jovens, logo, foi visto uma oportunidade de torna-los protagonista da criação e modificação das regras, com foco principal nas operações básicas da matemática, de modo que seja relevante para os alunos, colocando-os como protagonistas das ações educacionais, tornando-os agentes transformadores, visando situa-los e prepará-los para os desafios do mundo moderno.

3 METODOLOGIA

A abordagem tem um caráter de pesquisa participante e pesquisa-ação, visto que há uma intervenção com o objetivo de diagnosticar e aprimorar os sujeitos e situações envolvidas. Aborda também um aspecto explicativo, por meio das análises qualitativas dos resultados. Foi escolhido a turma do 9º ano da Escola Municipal Prof.ª Leônia Gurgel de Azevedo visando promover a participação dos alunos que estão no seu último ano no ensino fundamental, ou seja, prestes a irem para o ensino médio, de forma que pudessem revisar conteúdo dos anos anteriores e se prepararem para a apresentação de projetos e seminários. A turma conta com 22 alunos, onde 19 estão em idade regular, enquanto 3 estão fora de faixa. Seis alunos possuem necessidades especiais.

A proposta de trabalho se dividiu em seis momentos, os cinco primeiros foram para propor ideias de construção de jogos matemáticos com materiais recicláveis, conforme ideias colhidas na internet, sendo aplicadas durante o primeiro bimestre (março à primeira semana de maio) do ano letivo do munícipio de Caraúbas. Os reciclados foram levados pelo próprio professor, que organizava os alunos

em grupos, de acordo com o tipo de jogo e a quantidade de material disponível, sendo normalmente duplas, trios ou quartetos.

As propostas de jogos foram intercaladas com aulas expositivas, pois, segundo D'ambrósio (1996, p. 106) "para encontrar o novo em colaboração com os alunos, uma das melhores estratégias é o método de projetos. Mas isso não exclui aulas expositivas, no estilo de conferências, em todos os níveis de escolaridade formal e não-formal."

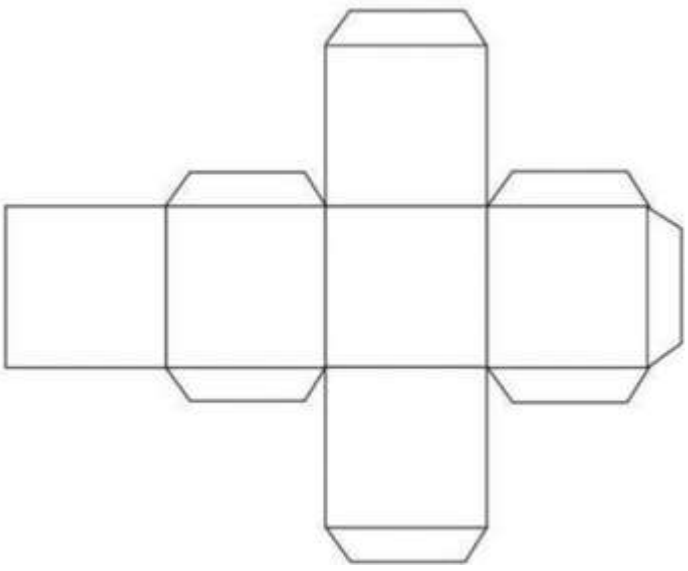
Ao final dessas propostas, foi organizado cinco grupos, onde cada um ficou responsável por um jogo, de modo que eles deviam construir novamente o jogo designado, baseado na experiência que tiveram em sala de aula, dessa vez, providenciando os materiais recicláveis e com a liberdade definir as regras do jogo, podendo modificar, passando pela supervisão do professor. Ao fim dos preparativos, cada grupo deveria apresentar os jogos para as demais turmas do ensino fundamental II da escola, em forma de oficina (sexto momento).

3.1 PROPOSTAS

3.1.1 PRIMEIRA PROPOSTA: JOGO 4 EM FILA

O jogo consiste na elaboração de um tabuleiro 6x6, o qual deveria ser preenchido com números aleatórios. Seria utilizado dois dados confeccionados em papel, conforme modelo (figura 1) entregue pelo professor.

Figura 1: Cubo



Fonte: Pinterest, 2024

Os dados devem ser lançados e os números que aparecem na face superior poderiam ser, somados, subtraídos, multiplicados ou feito a divisão com o intuito de obter um número que tenha no tabuleiro, sempre anotando as operações utilizadas (figura 2).

Figura 2: Operações



Fonte: Autor, 2024

O jogo deveria ser jogado em duplas, onde o jogador vencedor seria aquele que conseguisse completar uma linha ou uma coluna ou ainda formar um quadrado. Os alunos receberam os tabuleiros com os números já impressos e foram orientados a marcar os números utilizando lápis de cores diferentes (figura 3), a proposta visou instruí-los a construir o jogo numa base de papelão, revestida com papéis e enumerar o tabuleiro, fazendo também a reciclagem de tampas de garrafa pet para marcar os números obtidos, tornando assim o jogo reutilizável. Na atividade, os alunos especiais participaram com o tabuleiro contendo números apenas de 1 a 15.

Figura 3: Marcação



Fonte: Autor, 2024

No momento de se preencher o tabuleiro deve-se fazer a análise matemática dos números que podem ser obtidos utilizando dois dados e as operações de soma, subtração, multiplicação ou divisão. Por exemplo, se dois dados comuns (enumerados de 1 a 6) são lançados, o maior número que pode ser obtido é o 36, desde que se escolha a operação de multiplicação. Além disso, os números primos a partir do 13, não poderiam ser formados dentro dessas regras.

Foi sugerido que se jogassem em duplas, porém alguns alunos jogaram em trio, sendo uma alternativa, podendo-se mudar as regras de acordo com a quantidade de jogadores. Ao fim da aula, foi pedido que os alunos pensassem em melhorias e adaptações das regras do jogo, e sugerido a elaboração utilizando apenas materiais recicláveis como papelão e tampinhas de garrafa pet. Os alunos também sugeriram que o jogador podia ser considerado vencedor se completasse a diagonal do tabuleiro.

3.1.2 SEGUNDA PROPOSTA: JOGO CORRIDA DOS INTEIROS

A proposta foi que os alunos elaborassem um jogo de percurso, desenhando em uma folha A4, enumerando -30 até +30, conforme modelo mostrado na lousa (figura 4), de modo que o lugar correspondente ao número zero, fosse a posição de início dos peões.

Figura 4: Modelo na lousa



Fonte: Autor, 2024

Os alunos também foram instruídos a fabricarem um dado apenas com os sinais de mais e de menos (figura 5), que sendo lançado junto com um dado comum (enumerado de 1 a 6), o sinal e o valor obtido indicariam para onde o jogador deveria mover sua peça, a partir da adição algébrica com a sua posição atual. O vencedor seria aquele que chegasse primeiro na posição -30 ou +30.

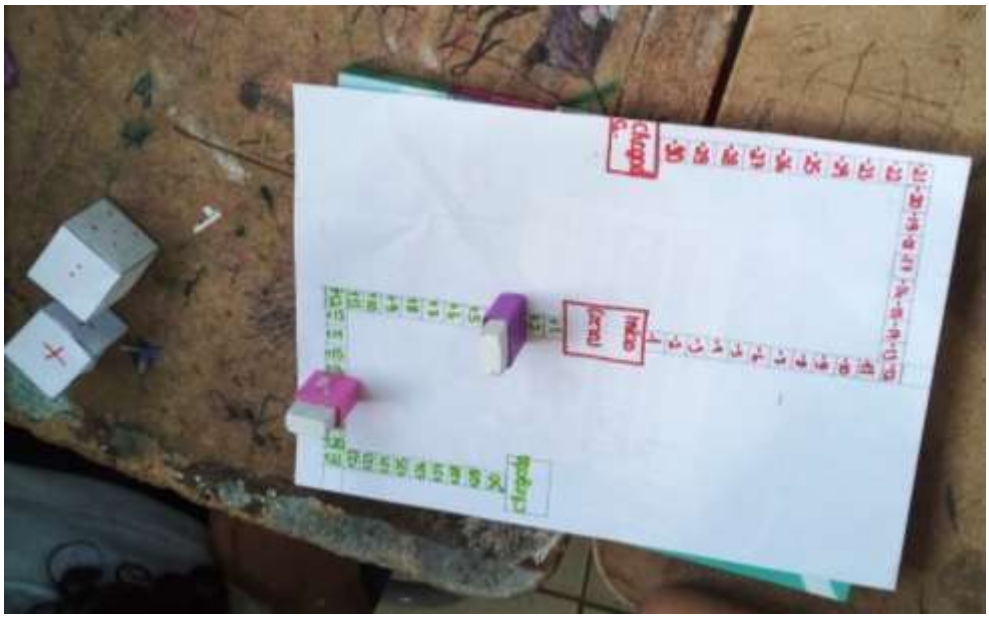
Figura 5: Dados



Fonte: Autor, 2024

Alguns alunos demonstraram dificuldade no entendimento do movimento das peças, visto que a adição algébrica com números inteiros é um conteúdo explorado a partir do 7º ano do fundamental II, logo, o jogo permitiu que eles rebuscassem esse conteúdo de forma lúdica. Foi sugerido que eles usassem objetos disponíveis nos seus materiais para marcar a sua posição a cada jogada (figura 6).

Figura 6: Percurso



Fonte: Autor, 2024

Ao final foi solicitado sugestões de melhorias para o jogo e sugerido fazer o tabuleiro em uma cartolina, que, fixada a uma base de papelão, tornaria o jogo mais resistente e trabalharia a reciclagem desses materiais. Também pode-se criar peões personalizados, que poderiam ser confeccionados com materiais recicláveis, como tampas de plástico ou papelão.

3.1.3 TERCEIRA PROPOSTA: JOGO COLECIONANDO TAMPINHAS

Os primeiros passos foram demonstrar a produção, entregando pedaços de papelão e solicitando que eles recortassem 12 pedaços e os enumerassem de 1 a

12. Utilizando os dados produzidos em jogos anteriores. O jogo consistia no lançamento de dois dados ao mesmo tempo (figura 7), onde o aluno iria observar os números que ficassem na face superior e escolher fazer a operação de soma ou subtração.

Por exemplo, se uma jogada apresentar face com o número 2 e a outra face mostrar o número 6, escolhendo a adição, teríamos: $2 + 6 = 8$, assim o aluno recolheria a peça de número 8 do seu adversário, sempre informando qual operação usou e o seu resultado.

Figura 7: Lançamento



Fonte: Autor, 2024

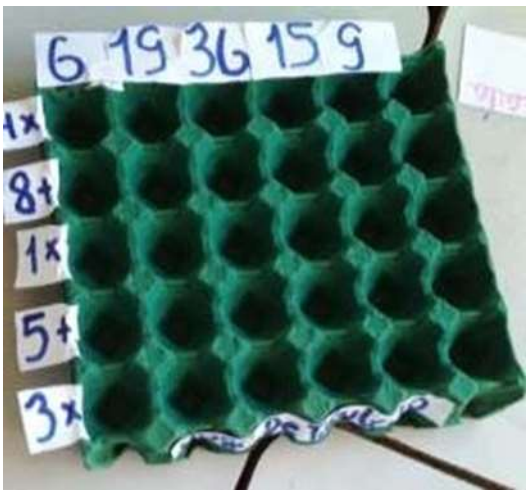
O vencedor seria aquele que subtraísse todas as peças do seu adversário primeiro. Ao final da aula, foi pedido que os alunos explanassem suas opiniões sobre o jogo, onde eles relataram que gostaram do jogo em questão e sempre gostam da ideia de aulas voltadas para esse tipo de construção. As sugestões se voltaram para a introdução de mais operações e mais peças dentro do jogo, tornando este mais duradouro e permitindo recompor aprendizagens com respeito as operações básicas da matemática além da soma e da subtração. Foi instruído que a construção podia envolver, ao invés de peças de papelão, tampas de garrafa pet ou de outros recipientes, no qual, quanto mais tampas fossem recicladas, mais peças seriam introduzidas no jogo. Já o papelão poderia ser usado como uma plataforma para se colocar as peças e os dados.

O jogo ainda permite alterações que podem expandir-se para aplicações dentro da matemática, bem como, trabalhar a interdisciplinaridade, aliando a matemática com outras áreas de ensino.

3.1.4 QUARTA PROPOSTA: JOGO MATEMÁTICA NA CAIXA DE OVOS

Foi orientado que se formassem grupos compostos por 3 alunos, cada grupo recebeu uma caixa de ovos levadas pelo próprio professor que apresentou também um modelo para que eles pudessem construir o jogo, verificando que na parte superior da caixa eram colocados uma sequência de números aleatórios dispostos de forma horizontal e na borda vertical números seguidos de uma operação, que podia ser de soma ou multiplicação, de modo que os números ficassem alinhados com os espaços onde se coloca os ovos na caixa (figura 8).

Figura 8: Fabricação do jog



Fonte: Autor, 2024

Após a confecção, foi pedido que cada grupo fizesse uma bolinha de papel. Foi explicado que o jogo consiste no lançamento da bolinha, de modo que o lugar que ela caísse dentro da caixa determinava a operação a ser feita pelo jogador, considerando os valores presentes na respectiva linha e coluna, o qual determinava a pontuação obtida por aquele jogador naquela rodada.

Por exemplo: acertando a bolinha na linha $23\times$ e coluna 1007, o aluno se dirigia até a lousa para resolver a operação e informar a pontuação obtida. (figura 9)

$$23 \times 1007 = 23.161$$

Figura 9: Pontuação



Fonte: Autor, 2024

O vencedor seria aquele que após um número determinado de rodadas, obtivesse a maior pontuação total (figura 10), onde os jogadores eram responsáveis por somar as pontuações para verificar qual foi o vencedor, trabalhando mais uma vez a operação de adição.

Figura 10: Pontuação total



Fonte: Autor, 2024

3.1.5 QUINTA PROPOSTA: JOGO DA MEMÓRIA MATEMÁTICA

Partindo da proposição do aluno, a turma orientada a formar grupos com três componentes. Foi entregue a cada grupo uma folha de papelão e orientando que se fizessem pecinhas onde uma deveria ter uma operação matemática e o par correspondente teria a resposta (figura 11).

Figura 11: Jogo da memória



Fonte: Autor, 2024

Após a confecção, foi explicado que o jogo consistia no embaralhamento das peças, e a partir daí, em cada jogada, o jogador puxaria duas peças, com o objetivo de encontrar seu respectivo par, ou seja, a operação e o resultado correspondente (figura 12). O vencedor é o jogador que acumular mais pares ao final do jogo, ou seja, quando se fossem retiradas todas as peças da mesa.

Figura 12: Jogando



Fonte: Autor, 2024

Foi orientado que se fizessem peças do mesmo tamanho e com a mesma aparência, para assim evitar que se tornasse um jogo de cartas marcadas, pela identificação de peças de acordo com os traços presentes no verso de cada folha de papelão e sim que fosse exercitado a memorização das posições das peças e também das operações presentes.

3.1.6 OFICINA

Figura 13: Oficina



Fonte: Autor, 2024

A turma foi dividida em cinco grupos, onde cada um ficou responsável por apresentar para as demais turmas, os jogos trabalhados em sala de aula, tendo a liberdade de elaborar e adaptar as regras, conforme desejassem. Na semana da oficina (figura 13) foram destinadas duas aulas para os últimos preparos e orientações para a culminância do projeto, no qual todos os grupos se mostraram dispostos a apresentar suas experiencias de forma satisfatória para si e os ouvintes.

As outras turmas visitavam a sala da oficina, onde a maioria dos alunos ouviram atenciosamente cada apresentação, já outros demonstraram certa dispersão. Em cada apresentação, alunos eram convidados para participar do jogo, permitindo um melhor entendimento das regras e despertando o interesse de elaborar algo semelhante nas suas turmas.

O grupo responsável pelo jogo 4 em fila elaborou um tabuleiro conforme orientado na proposta, desenhando uma tabela 6x6 de forma manual e fixou numa base de papelão, evitando usar materiais impressos, sendo um ponto positivo de conservação e economia. Para marcar os números no tabuleiro, foram utilizadas tampas de garrafa pet, o que torna o jogo reutilizável. Os alunos explicaram as regras e permitiram que os visitantes fizessem algumas jogadas para que tivessem um melhor entendimento das regras do jogo. (Figura 14).

Figura 14: Apresentação do grupo 1



Fonte: Autor, 2024

O grupo que apresentou o jogo corrida dos inteiros (figura 15), utilizou pedaços de cartolina disponíveis na escola para elaborar o percurso, personalizando também os peões, utilizando medidores de remédio.

Figura 15: Apresentação do grupo 2



Fonte: Autor, 2024

O grupo responsável por apresentar o jogo colecionando tampinhas (figura 16), reciclou tampas de garrafas pet, sendo um total de 24 (12 de uma cor e 12 de outra cor) para utilizar no jogo, pintando aquelas que não apresentassem a mesma cor. Utilizando papelão, se fixou uma base para colocar as tampinhas e jogar os dados. Além disso, utilizando garrafas de detergente, foi confeccionado recipientes para se guardar as tampinhas. Como no jogo havia poucas tampinhas, abriu-se espaço para que os alunos visitantes jogassem uma partida, testando suas habilidades de escolhas das operações que os levassem a vencer a partida, de acordo com os números apresentado nos dados.

Figura 16: Apresentação do grupo 3



Fonte: Autor, 2024

O jogo matemático utilizando caixa de ovos foi um dos mais observados, tendo em vista que permite a articulação da matemática com a atividade física advinda do arremesso da bolinha de papel (figura 17). Os alunos relataram se assemelhar ao jogo de bola de gude, que é uma brincadeira que atravessa gerações. No contexto matemático o jogo em permitiu que os alunos exercitassem as operações de soma e multiplicação, a escolha dos alunos por essas duas operações se explica no fato do jogo exigir pontuações, no qual se expande por meio das operações citadas, em detrimento da subtração e divisão por exemplo.

Figura 17: Apresentação do grupo 4



Fonte: Autor, 2024

O jogo da memória matemática, é uma ferramenta que auxilia bastante o desenvolvimento do cálculo mental, que fica visível no decorrer do jogo, pois os jogadores vão cada vez mais fixando na memória o resultado das operações envolvidas visando encontrar o seu par. Os participantes do grupo (figura 18), utilizaram as operações de soma, subtração, multiplicação e divisão. Por mais simples que pareça, esse jogo é uma ferramenta que permite trabalhar além das operações básicas, por exemplo, uma adaptação para a álgebra.

Figura 18: Apresentação do grupo 5



Fonte: Autor, 2024

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os alunos se mostravam empolgados desde o momento em que se comunicava que a aula seria destinada para a criação de jogos, mudando todo o panorama da aula, contando com a participação de todos os presentes. Uma aluna com déficit nas operações básicas relatou que estava aprendendo a operação de subtração por meio dos jogos. O empenho e determinação eram potencializados principalmente quando eles entendiam as regras do jogo. As atividades que envolviam o exercício da coordenação motora aliada ao desafio de obter uma pontuação desejada foram estímulos desafiadores, o que sempre chama mais atenção dos adolescentes.

A quinta proposta (jogo da Memória Matemática) foi sugerida por parte de um aluno, que apresentou um jogo da memória apenas com números, confeccionado em papelão, porém não continha operações matemáticas, o qual foi orientado a incluir tais operações para enriquecer o jogo no contexto da disciplina.

Ao final das cinco propostas trabalhadas, os alunos também sugeriram a criação de um boliche, utilizando garrafas pet, onde em cada garrafa se colocaria números, que após derrubadas, poderia se fazer a soma ou multiplicação desses para gerar a pontuação daquela jogada. Propostas desse tipo permitem que o professor crie estratégias para trabalhar atividades lúdicas articulando com vários conteúdos da grade curricular, potencializando o ensino-aprendizagem dos alunos.

Os déficits nas operações básicas se mostraram mais visíveis a partir da multiplicação, o que acaba culminando para o não domínio também da operação de divisão, dessa forma os jogos foram melhores explorados quando permitiam mesclar o exercício do cálculo mental e os algoritmos usuais, propiciando o raciocínio de qual método usar de acordo com cada situação.

Os alunos visitantes que testaram os jogos da oficina mostraram satisfação em participar de uma atividade educacional e lúdica ao mesmo tempo. Na saída da sala, alguns alunos visitantes elogiaram as apresentações e solicitaram que atividades semelhantes fossem trabalhadas nas suas turmas.

Um ponto de destaque é que os alunos do 6º ano que visitaram a oficina, tiveram o primeiro contato com a operação com números inteiros e aparentemente entenderam as regras, o que pode ser uma estratégia interessante de se trabalhar antes da exposição do conteúdo de modo formal.

A oficina chamou a atenção dos professores das demais disciplinas e da coordenação pedagógica, que elogiou todo o trabalho, enfatizando a participação de todos os alunos, inclusive os mais dispersos e tímidos durante as aulas, e sugeriu que a escola podia expandir a ideia organizando uma feira de

ciências, abrindo espaço para a participação de toda a comunidade escolar, algo inédito em 15 anos de funcionamento da escola.

Merece destaque também, que durante a realização dos jogos, os alunos costumavam se ajudar nos momentos de resolver as operações matemáticas, mesmo quando estavam competindo, isso mostra que o espirito corporativo pode ser trabalhado desde o ensino fundamental, contribuindo para a formação de uma sociedade mais justa e igualitária.

5 CONCLUSÃO

A proposta de utilização de jogos matemáticos no ensino fundamental II, mostrou que é possível tornar a matemática mais palpável e acessível na vida dos alunos, desvinculando do medo que a disciplina historicamente costuma impor, onde se pode trabalhar de forma intercalada com as aulas expositivas, seja se dedicando a recomposição de aprendizagens, com o foco nas operações de soma, subtração, multiplicação e divisão, bem como aplicando sempre que possível conteúdos decorrentes.

Os alunos com mais dificuldade em matemática, se mostravam mais empolgados quando se anunciava que aula seria dedicada para a produção de jogos, participando e realizando operações básicas com ajuda dos colegas, diferente de quando se dizia que a aula seria expositiva. Os alunos com melhor desempenho na disciplina também comemoravam, mas não havia um contraste acentuado em relação as aulas expositivas. O que nos leva a entender que o professor deve tentar alcançar os alunos da melhor forma possível, sendo os jogos uma janela de oportunidade muito interessante.

O fato de permitir que o aluno construa os objetos que serão voltados para o seu ensino, demonstrou que o empenho é alavancado, uma vez que se cria uma ânsia em verificar qual será o resultado daquilo que eles mesmo estão produzindo. O ponto ativo da proposta está também no fato da liberdade que eles possuem de modificar as regras do jogo, nunca se apartando do envolvimento de operações matemáticas, pelo contrário, nos jogos que se tinha operações somente de soma e subtração, os alunos com mais facilidade sugeriram expandir para multiplicação e divisão, o que permite ao professor, trabalhar futuramente potenciação, radiciação, e também a álgebra.

A utilização de jogos matemáticos também mostrou que pode ser uma aliada no combate a dispersão dos alunos e auxiliar na recuperação daqueles que são afetados pelo excesso de telas, permitindo que eles disfrutem de um momento que envolve o contato humano, o treinamento da coordenação motora, a memorização, o desenvolvimento de estratégias para vencer as competições, socialização e inclusão, uma vez que permite a participação dos alunos com as mais diversas especialidades.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018. p.266; p.531

Brasil tem 134 milhões de usuários de internet, aponta pesquisa. Agência Brasil. Brasília, 26 maio 2020. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2020-05/brasil-tem-134-milhoes-de-usuarios-de-internet-aponta-pesquisa. Acesso em: 11 dez. 2020.

COSTA, R. S.; RODRIGUES, W. M.; VILLARREAL, E. R. L. Recomposição da aprendizagem matemática pós COVID-19: uma aplicação com operações básicas no 9º ano da escola Domingos Costa Teobaldo. Revista Linguagem, Educação e Sociedade - LES, V. x, N. x, 2022.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Educação Matemática: Da teoria à prática. Campinas, SP: Papirus, 1996. p. 106.

EX-SECRETÁRIA DO MEC SOBRE PANDEMIA: CRIANÇAS SERÃO AS MAIS PREJUDICADAS. (São Paulo.: Opinião no Ar), 2020. 1 vídeo (5 min). Publicado pelo canal RedeTV. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=ZBULunJ678g. Acesso em 08 dez. 2020.

FREIRE, Paulo. Pedagogia do Oprimido. 42ª ed. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 2005. 184p.

JOGO DE ADIÇÃO DOS INTEIROS - COMO FAZER. (sem local), 2018, 1 vídeo (4 min, 26 segs.). Publicado pelo canal Matemática com a Tia Lídia. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=wCyvfXH_TtU&t=4s. Acesso em 14 mar. 2024.

JOGO DE MATEMÁTICA - OFICINA DE MATEMÁTICA. (sem local), 2022, 1 vídeo (4 min, 32 segs.). Publicado pelo canal UNIÃO CRISTÃ FEMININA. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=5NmOhRuZk5c. Acesso em 24 mar. 2024.

JOGO PEDAGÓGICO ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO. (sem local), 2018, 1 vídeo (3 min, 39 segs.). Publicado pelo canal Boletim escolar online. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=a5hhP_RXbv0.

Acesso em 06 mar. 2024.

LAUH. [Cubo]. [20--]. ilustração. Disponível em: https://br.pinterest.com/pin/563018696403518. Acesso em: 05 mar. 2024.

LIBÂNEO, José Carlos. Didática. São Paulo: Cortez Editora, 1994, 263 p.

MACEDO, S. da S.; CORREA, SF; ROCHA, MMO; MIRANDA, RS; PIRES, VB Utilização de material reciclado para construção de material didático no ensino de matemática. Pesquisa, Sociedade e Desenvolvimento, [S. l.], v. 3, pág. e4883756, 2019. DOI: 10.33448/rsd-v8i3.756. Disponível em: https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/756. Acesso em: 24 maio.

2024.

MORAN, J. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda.

In: BACICH, L; MORAN, J. (org.). Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 23.

Pesquisa Datafolha aponta legados da pandemia para educação. Fundação Lemann. São Paulo, 10 nov. 2020. Disponível em: https://fundacaolemann.org.br/releases/pesquisa-datafolha-aponta-legados-da- pandemia-para-educacao. Acesso em: 11 dez. 2020.

UNESCO - Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura. Unesco. Paris, FR. 2020. Disponível em: https://www.unesco.org/en/covid- 19/education-response. Acesso em: 05 dez. 2020.

6 INCRÍVEIS ATIVIDADES COM BANDEJA DE OVOS. (sem local), 2018, 1 vídeo (5 min, 12 seg.). Publicado pelo canal Taise Agostini. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=eVphBrbp-3s&list=PLmFdAgTWMhnR7S_W_- epeFCaX8QqkddB9&index=38. Acesso em 12 mar. 2024.

Capítulo 2

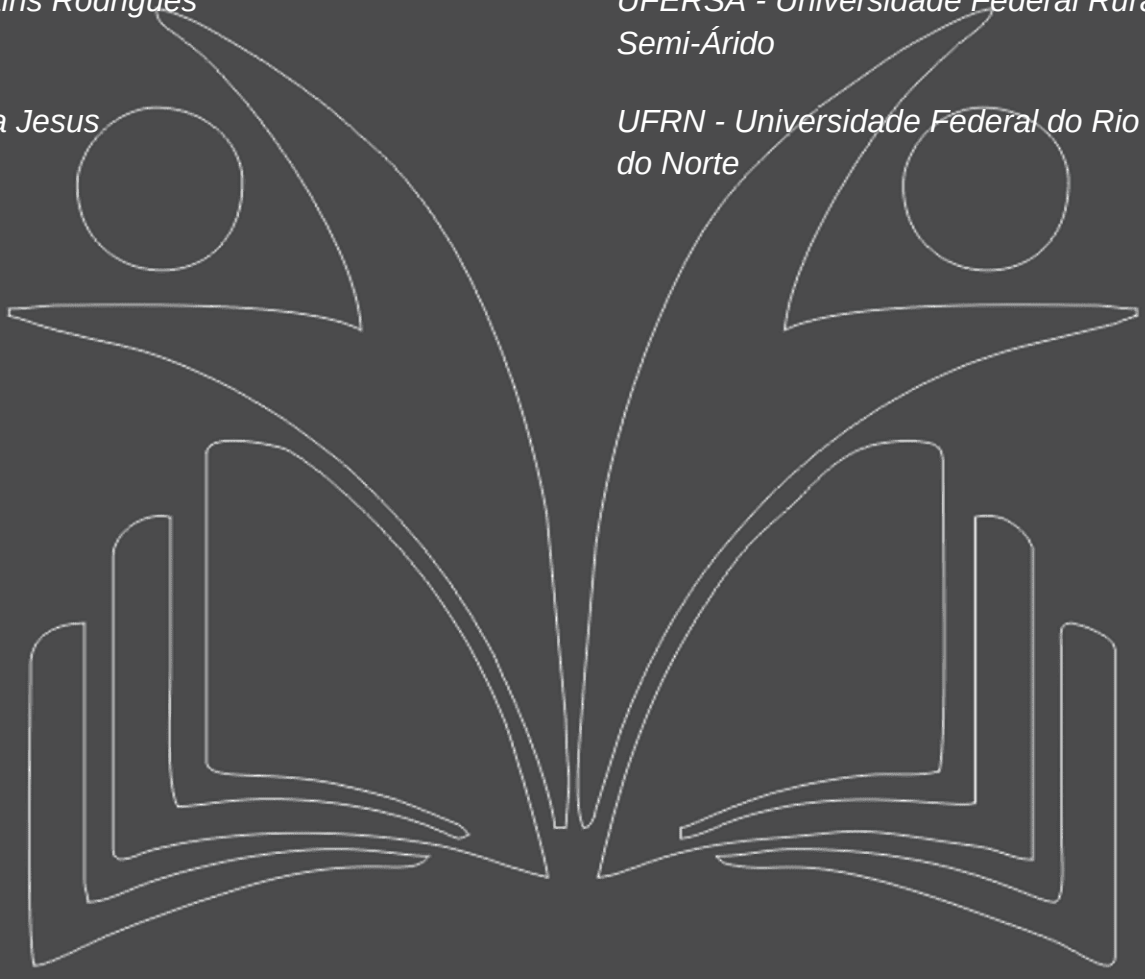
10.37423/240709195

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO MÉDIO: SEQUÊNCIA DIDÁTICA DAS HABILIDADES DA COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3 DA BNCC

Kaio Lamaison Araújo Câmpelo — *UFERSA - Universidade Federal Rural do Semi-Árido*

Walter Martins Rodrigues — *UFERSA - Universidade Federal Rural do Semi-Árido*

Odirlei Silva Jesus — *UFRN - Universidade Federal do Rio Grande do Norte*



Resumo: Este capítulo é uma versão contraída da dissertação de mestrado de Kaio Lamaison A. Campêlo, vide (CAMPÊLO , 2023), realizada no PROFMAT da UFERSA com a orientação do professor Walter Martins Rodrigues. Trabalho que discorre sobre o ensino realizado a partir da estratégia de resolução de problemas por suas características metodológicas, e por ser uma das abordagens mais usuais nas escolas brasileiras. Com o objetivo de propor situações problemas para o Ensino Médio na perspectiva do adensamento da prática pedagógica do professor de matemática com um olhar na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), buscando discutir a resolução de problemas como estratégia metodológica; bem como apresentar aos professores do Ensino Médio uma sequência didática de resolução de problemas matemáticos, que contemplem alguns dos objetos de conhecimentos de matemática no Ensino Médio, relacionados diretamente com as Habilidades da Competência "Específica 3 da BNCC". Entendemos que a temática possa contribuir na reflexão da docência da matemática em consonância com os documentos normativos vigente (BNCC) no Ensino básico, de modo a estimular os professores tanto em sua prática docente ao escolher a resolução de problemas como uma das possíveis estratégias, quanto na produção de materiais

Palavras-chave: Resolução de problemas. Ensino Médio. BNCC.

INTRODUÇÃO

É notório que um dos desafios da Educação Matemática na sociedade contemporânea, principalmente após o período da pandemia da COVID-19 e, nas condições geradas pela pelas políticas educacionais do país, está em melhorar a qualidade e equidade do ensino aprendizagem de modo geral, em particular no tocante ao ensino de matemática. Nessa perspectiva, a abordagem da Matemática em sala de aula pautada apenas na premissa conteúdo-exemplos-exercícios, o que se mostra bastante ineficaz. A proposta é deixar a ênfase no ato de decorar fórmulas prontas torna-se insuficiente para atender aos objetivos na área de Matemática e suas Tecnologias defendidos pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC, no Ensino Médio, que define:

> [...] consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o **leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração**. Também devem construir uma visão mais integrada da matemática, com outars áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade. Grifo nosso. (BRASIL,2018,P.471).

Curricular – BNCC, no Ensino Médio, que define:

Neste contexto diversos pesquisadores da Educação Matemática, como por exemplo, Onuchic (2021), indicam metodologias interessantes que abordam a Resolução de Problemas como uma estratégia adequada para aprendizagem matemática no cenário complexo que se encontram atualmente as escolas, nas palavras de Onuchic (2021),

> "[...] a necessidade de superar práticas ultrapassadas de transmissão de conhecimentos e transferir para o aluno grande parte da responsabilidade por sua própria aprendizagem, colocando-o como protagonista de seu processo de construção de conhecimento." (ONUCHIC, 2021, p. 42, 43).

Essas mudanças passam pela conscientização e formação pedagógica do professor de matemática em transmitir aos estudantes os conteúdos com linguagem precisa e o emprego de modelos abstratos que podem ser usados em situações problemas concretos.

A dissertação (CAMPÊLO , 2023) traz elementos de discussão interessantes nesse âmbito de usar a resolução de problemas como estratégia no ensino de certos assuntos de matemática. Em (CAMPÊLO, 2023) são propostas situações problemas para o Ensino Médio na perspectiva do adensamento da prática pedagógica do professor de matemática com um olhar na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), buscando discutir a resolução de problemas como estratégica metodológica; bem como apresentar aos professores do Ensino Médio uma sequência didática de resolução de problemas

matemáticos, que contemplem alguns dos objetos de conhecimentos de matemática no Ensino Médio, relacionados diretamente com as Habilidades da Competência Específica 3 da BNCC. Lembrando que a competência específica 3 está relacionada ao fazer matemático, ou seja, está diretamente ligada à essência da Matemática – que é a ação de resolver situações problemas.

A início trataremos de um breve resgate histórico, em um pequeno recorte, sobre a visibilidade da resolução de problemas em alguns momentos da história. Nesse sentido, este capítulo está dividido em seis tópicos, partindo da apresentação do Papiro de Ahmes (Rhind) como um dos primeiros registros da resolução de problemas da matemática nas civilizações antigas. tópico aborda a resolução de problemas no início do século XX nos Estados Unidos, em que os processos de ensinar e aprender matemática eram baseados na memorização, com problemas e cálculos longos sem aplicabilidade na vida do estudante. Na sequência, é apresentada a resolução de problemas na visão do matemático húngaro George Polya, dando destaque ao seu livro “A Arte de Resolver Problemas”, uma obra que apresenta uma sequência de quatro passos para um estudante / leitor que estiver resolvendo algum problemas de matemática.

2– RECORTE HISTÓRICO:

Registros históricos que apontam que a estratégia de aprender com base em exemplos muito forte na cultura humana, e consequentemente um elemento de resolução de problemas. Sabemos a partir de fontes da história da matemática (EVES, 2004; GARBI, 2010; e CARVALHO; ROQUE, 2012), mostram que alguns problemas matemáticos têm registros desde os antigos egípcios, babilônios, chineses e gregos. Nesse sentido, em torno de 1550

a.C foi redigido um importante manuscrito, talvez o mais antigo e famoso da história matemática egípcia a qual se tem registro. O Papiro de Ahmes ou (Rhind), documento composto por 84 problemas com suas soluções copiadas, em escrita hierática , pelo escriba Ahmes. Esse papiro surgiu no Egito, e é um documento semelhante a um livro autoexplicativo, em outras palavras, “Tudo que você precisa saber sobre matemática” no mundo antigo e, descreve como os egípcios lidavam com os números.

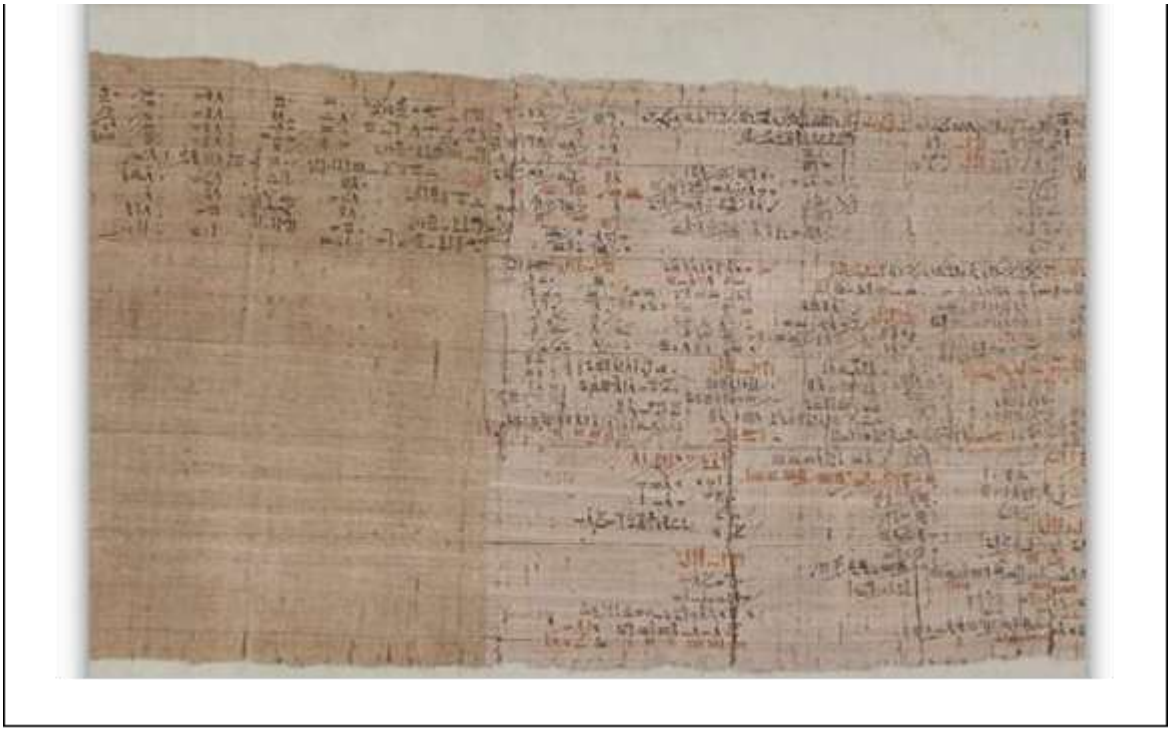


Figura 1: O papiro apresenta 84 problemas matemáticos; a tinta vermelha indica o título ou a solução de um problema. Fonte: Fonte: https://www.britishmuseum.org/collection/object/Y_EA10057

O papiro de Ahmes tem origem em Ramesseum, templo funerário em ruínas dedicado ao faraó Ramsés II, composto por três partes, com aproximadamente dezoito pés (5,5 m) de comprimento por treze polegadas (33 cm) de altura. Comprado pelo Museu Britânico em 1864, continha duas partes, e publicado no ano de 1927. Em 1932 um egiptólogo americano chamado Edwin Smith comprou no Egito um papiro médico que foi doado à Sociedade Histórica de Nova York onde descobriu-se, por especialistas, que se tratava da parte que faltava do papiro de Ahmes. Então, a sociedade doou o pergaminho ao Museu Britânico, completando assim o Papiro de Rhind. Atualmente as duas partes maiores do Papiro estão no The British Museum (Museu Britânico) e, pela extrema sensibilidade a luz e a umidade é protegido por uma moldura de vidro, localizado em uma sala bastante seca, com pouca ventilação e escura, o que seria semelhante as condições de uma tumba do Egito antigo. Segundo Bertato (2020), o primeiro tradutor desse Papiro foi o egiptólogo alemão August Adolf Eisenlohr (1832 - 1902) que fez uma tradução comentada com a inclusão de fotocópias. O inglês Thomas Eric Peet (1882 – 1934) efetuou uma tradução que se tornou preferencial de seus colegas egiptólogos, e as traduções dos problemas são acompanhadas por comentários. O historiador Marshall Clagett (1916 - 2005), traduziu para o inglês a mais recente tradução do Papiro de Rhind. Dentre os 84 problemas distintos no papiro de Ahmes, o problema 79 (o inventário de uma casa), supõe a soma de uma sequência numérica de termos em progressão geométrica, ou seja, o número 7 é a razão e cada termo

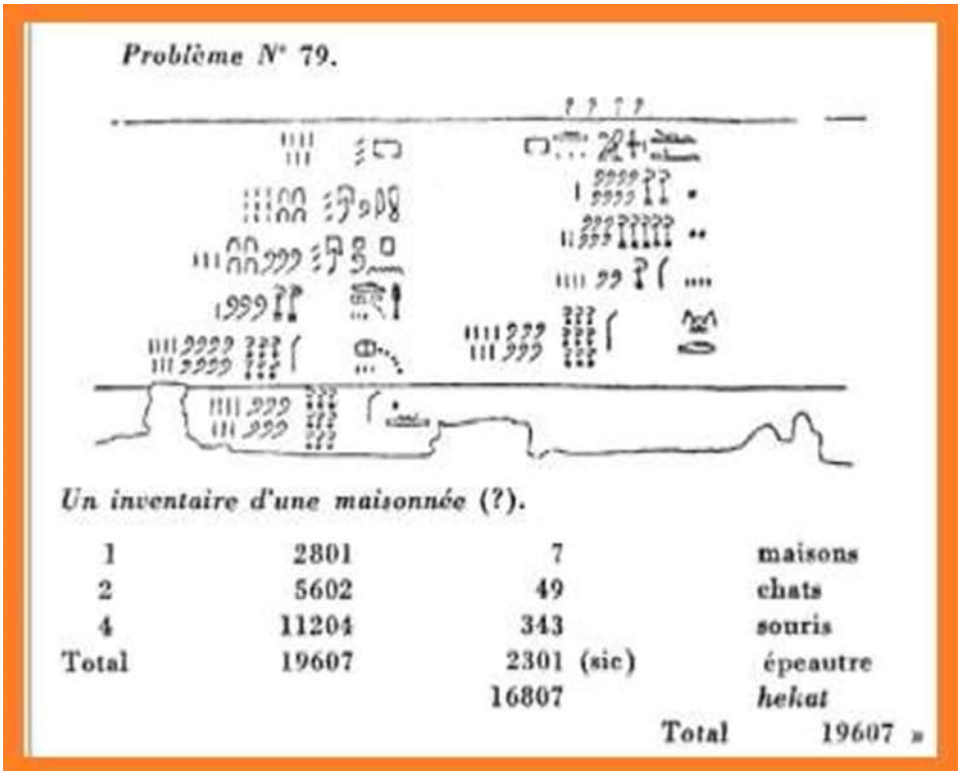
é obtido multiplicando por 7 o termo imediatamente anterior. A seguir, mostramos uma tradução específica do problema 79 do papiro de Rhind da seguinte forma:

> [...] Uma relação de bens consistia em sete casas; cada cas tinha sete gatos;cada gato comeu sete ratos; comeu sete espigas de trigo; e cada espiga de trigo produzia sete hectares de grãos. Casas, gatos, ratos, espiga de trigo e hectares de grãos,quanto havia disso tudo? (EVES,2004,P.76).

Nota-se que a solução para esse problema é a soma das cinco primeiras potências de 7

$$7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 = 19.607$$

A Figura 2 retrata o referido problema 79, note que nas duas colunas a esquerda da figura acima é feita a multiplicação egípcia, ou seja, duplicações sucessivas. Percebe-se ainda um erro na tradução do escriba, em vez de escrever 2401 ele escreve 2301, entretanto o resultado final não se altera.



Problème N° 79.

Un inventaire d'une maisonnée (?).

1	2801	7	maisons
2	5602	49	chats
4	11204	343	souris
Total	19607	2301 (sic)	épeautre
		16807	*hekat*
		Total	19607 »

Figura 2. Problema 79 do Papiro de Rhind - Fonte: https://www.matematicaparafilosofos.pt/numero-10

3. A TEORIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEORGE POLYA

George Polya nasceu no ano de 1887 em Budapeste, Hungria. Tornou-se um matemáticos influentes pelas pesquisas em análise complexa, teoria das probabilidades, combinatória e geometria. Seus trabalhos sobre a teoria de Resolução de Problemas ganharam notoriedade pelos artigos publicados e por suas palestras proferidas sobre o tema, atuando como professor titular na Universidade de

Stanford nos Estados Unidos. Polya publicou o livro A Arte de Resolver Problemas, em 1954. A obra que apresenta uma sequência de quatro passos para que um "revolvedor de problemas", descrevendo uma poderosa estratégia de enfrentar variados problemas de matemática A seguir apresentamos os passos descritos por Polya:

1) **Compreensão do problema** - elencar os dados do problema e compreender a relação com a condicionante para que seja possivel resolvê-lo;
2) **Estabelecimento de um plano** - encontrar uma conexão entre os dados do problema com possiveis situações correlatas de conhecimento prévio e/ou tentar estabelecer uma relação de semelhança de um problema conhecido que tenha a mesma incógnita;
3) **Execução do plano**, isto é, executar cada passo das estratégias pensadas na etapa anterior detalhando todas as operações (aritméticas, algébricas ou geométricas);
4) **Retrospecto** - fazer uma análise e discussão do resultado do problema; verificando se é possível chegar ao resultado por um caminho diferente.

Para Polya, ao adquirir o hábito de resolver e examinar a solução de qualquer problema, o estudante obterá conhecimentos ordenados para serem utilizados no desenvolvimento da capacidade de solução de problemas. No seu livro, Polya propôs um conjunto de problemas, discutindo-os com cada passo das quatro fases. Estudos posteriores completam estas fazes em 5 ou 6 dependendo da natureza do problema. De acordo com (POLYA, 1994), a pesquisa sobre a Resolução de Problemas está direcionada para a melhoria das habilidades da resolução de problemas pelos estudantes e, o que atende perfeitamente as recomendações da BNCC, para que se tenha sucesso na solução dos problemas o autor sugere que os professores se tornem bons revolvedores de problemas. Entretanto, como afirma Juan Ignacio Pozo (POZO,1998, pág. 14), quando escreve: "o que para nós pode ser um problema relevante e significativo pode resultar trivial ou carecer de sentido para nossos alunos".

4. ABORDAGENS DO ENSINO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:

Algumas organizações educativas contrárias ao ensino com ênfase excessiva em cálculos proposto pelo Movimento da Matemática Moderna emergiram, principalmente no Estudos Unidos, nos anos 1980. Nesse sentido um documento chamado de An agenda for action: Recommendations for school Mathematics of the 1980s, do National Council of Teachers of Mathematics – NCTM (1980). Esse documento continha um conjunto com oito recomendações para o Ensino de Matemática. Dentre elas, a primeira recomendação da NCTM (1980) dizia: "A resolução de problemas seja o foco da matemática escolar na década de 1980", tradução nossa. (NCTM, 1980, p. 1). A partir de 1989, o NCTM

comprometido com a excelência no ensino e aprendizagem da matemática divulgou novos Padrões para o currículo, ensino e avaliação de matemática.

Recentemente os currículos escolares nacionais no Brasil passaram por várias discussões e avanços e, para além dos PCN's temos em vigor a Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Veremos no tópico seguinte, um breve resumo desse documento, onde destacamos a abordagem para a Resolução de Problemas como metodologia para a aquisição progressiva das habilidades da competência específica 3, da BNCC, em alguns objetos de conhecimento de matemática propostos ao longo do Ensino Médio.

Em 2015, a primeira versão da BNCC começou a ser debatida, e recebeu mais de 12 milhões de sugestões em audiências públicas, onde metade deste veio da contribuição de 45 mil escolas. A BNCC expressa as aprendizagens essenciais desde a educação infantil até o Ensino médio, ou seja, ela define e visa garantir ao longo do processo de formação educacional do estudante a aquisição de habilidades e competências. Na prática, a BNCC determina as aprendizagens essenciais dos estudantes, independente da região que vivem no Brasil garantindo os pressupostos da igualdade e da equidade.

Na BNCC, a matemática no Ensino Médio deve garantir ao estudante o desenvolvimento de cinco competências específicas e, cada uma dessas estão relacionadas com habilidades que serão trabalhadas no decorrer desta etapa. Neste trabalho buscaremos apresentar aos professores do Ensino Médio uma sequência didática de Resolução de Problemas matemáticos, que contemplem alguns dos objetos de conhecimentos relacionados diretamente com as Habilidades da Competência Específica 3 com foco no adensamento da capacidade de o educando identificar, interpretar e resolver matematicamente problemas contextualizados também com outras áreas do conhecimento.

O quadro a seguir traz a descrição das habilidades relativa à teerceira competência específica de matemática. Para que não haja perda de generalidade descrevemos todas as dezesseis habilidades que compõe a **competência específica 3**, correlacionadas com as respectivas unidades temáticas: **Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística**.

Quadro 1 - Habilidades da competência específica 3 de matemática para o Ensino Médio.

Habilidades da Competência Específica 3 por Unidade Temática
Números
(EM13MAT303). Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

(EM13MAT310). Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
(EM13MAT313). Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.
Álgebra
(EM13MAT301). Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT302). Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1° ou 2° graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT304). Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT305). Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT306). Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.
(EM13MAT315). Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

Geometria
(EM13MAT308). Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos**.**
(EM13MAT309). Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
Grandezas e Medidas
(EM13MAT307). Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT314). Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).
Probabilidade e Estatística
(EM13MAT311). Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
(EM13MAT312). Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
(EM13MAT316). Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

Fonte - Brasil, 2018, p. 536, 537.

5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA AQUISIÇÃO DAS HABILIDADES DA COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3 DA BNCC:

Apresentaremos uma sequência didática de problemas matemáticos em consonância com as Habilidades da Competência Especifica 3 da BNCC, que têm como um dos objetivos, à luz dos

professores de matemática, trabalhar com os educandos nas salas de aula a matemática para a Resolução de Problemas.

Os problemas que apresentamos retratam situações relevantes do cotidiano do estudante e busca contemplar pelo menos uma das dezesseis habilidades da competência específica 3. Alguns atendem a mais de uma habilidade pelas características do objeto de estudo e também podem estar relacionados com alguma habilidade das outras quatro competências que abrange a BNCC. Além disso, fazemos comentários intrínsecos ao enunciado e a solução de parte desses problemas, com sugestões e diálogo para o professor. Na sala de aula, a metodologia a ser adotada de como abordar problemas no Ensino Médio é aberta a análise de cada professor, entretanto é fundamental que seja criado uma coleção de bons problemas, ou seja, os quais os alunos terão chance de sucesso, com temas apropriados e que seja possível trabalhar durante o ano letivo, pois nossa experiência nos diz que os estudantes, em sua maioria, não gostam de resolver problemas. De acordo com Dante (2000), que afirma:

> Ensinar a resolver problemas é uma tarefa mais didícil do que ensinar conceitos,habilidades e algoritmos matemáticos. Não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o auxilio e incentivo do professor. (DANTE,200,P.30).

A seguir, apresentaremos três problemas, dos treze apresentados no trabalho de Dissertação de Kaio L. Campêlo, de modo que o leitor possa visualizar rapidamente os elementos gerais acerca de cada problema.

Quadro 2 : Resumo da sequência didática

<table>
<tr><th colspan="4">PROBLEMAS</th></tr>
<tr><th></th><th>1 - Jota Quest canta para 250 carros no Allianz Parque</th><th>2 - Cavando um buraco</th><th>3- (OBMEP-2012 - Adaptado)</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Objetos de conhecimento</td><td colspan="3">Estudo da função Quadrática</td></tr>
<tr><td colspan="3">Desigualdade entre as Médias Aritmética e Geométrica</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Inequação-produto</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>Teorema de Pitágoras</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>Área de figuras planas</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>Semelhança de triângulos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Habilidades da Competência Específica 3</td><td colspan="3">EM13MAT302</td></tr>
<tr><td></td><td>EM13MAT309</td><td>EM13MAT307
EM13MAT308</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Ações propostas</td><td colspan="3">Usar o “Método de Completar Quadrados” para resolver equações do 2º grau</td></tr>
<tr><td colspan="3">Apresentar e discutir diferentes métodos para solução de problemas de otimização</td></tr>
<tr><td colspan="3">Expressar a função quadrática na forma canônica</td></tr>
<tr><td>Refletir sobre a notação matemática adotada para o estudo do Movimento retilíneo Uniforme e Uniformemente variado.</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Tempo estimado</td><td>120 min</td><td>120 min</td><td>150 min</td></tr>
</table>

PROBLEMA 1 - JOTA QUEST CANTA PARA 250 CARROS NO ALLIANZ PARQUE[1]

No dia 27 de junho de 2020, em São Paulo, foi a vez de os motoristas trocarem o filme por um show da banda Jota Quest. A apresentação no Allianz Parque reuniu nada menos do que 250 veículos no projeto drive-in, da “Arena Sessions”.

O ingresso para ver a banda custava entre R$ 450 e R$ 550 por carro, que poderia acomodar até quatro pessoas. Segundo o site da revista "Veja", as palmas do público foram substituídas por buzinaço e pelo acende e apaga dos faróis. Sem trânsito, os carros precisaram de 15 minutos para entrar no estádio, segundo o site. Na parte interna, as vagas eram separadas por grades com caixas de som ao lado da janela de cada veículo. Para facilitar a vista, o palco não tinha teto. Tudo é feito dentro do carro, exceto o banheiro, cuja fila é controlada pela equipe de produção e – dependendo de cada drive-in – acionada via lanternas do carro ou aplicativos de celular.

Em tempos de distanciamento social, os eventos drive-in representaram uma das raras oportunidades para sair de casa com segurança e responsabilidade, durante a pandemia da COVID-19, todos os tipos ou modalidades de shows foram cancelados. De acordo com o texto acima, suponha que o preço do ingresso por carro é R$ 550,00. Para cada redução de R$1,00 no preço do ingresso, o número de carros “espectadores” aumentará em 5. Qual deve ser o preço do ingresso para que a receita do show seja máxima? Qual o faturamento máximo do show?

Habilidades a serem desenvolvidas:

Neste problema se trabalham as habilidades designadas em:

> **(EM13MAT302).** Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus,para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Objetos de conhecimento abordados:

Estudo da Função quadrática; desigualdade entre as médias aritmética e geométrica.

Possíveis estratégias para a resolução do problema

Uma proposta de solução

Obviamente, a rentabilidade do show será o produto da quantidade de veículos presentes no "Allianz Parque" pelo valor pago por cada carro (ingresso). Ora, para cada redução de R$1,00 a menos no preço do ingresso implica um aumento de cinco veículos a mais no show. Para ilustrar essa situação faremos uma tabela:

Tabela 1. Rentabilidade do show.

Preço do ingresso (R$)	Quantidade de carros	Rentabilidade (R$)
550	250	137.500
549	250 + 5 = 255	139.995
548	250 + 5.2 = 260	142.480
547	250 + 5.3 = 265	144.955
546	250 + 5.4 = 270	147.420
545	250 + 5.5 = 275	149.875
.....	.....	.....
2	250 + 5.547 = 2985	5970
1	250 + 5.548 = 2990	2990

Fonte: Elaborado pelos autores.

Note que existe algum valor específico no preço do ingresso para o qual a rentabilidade do show seja máxima. Daí, denotemos por x o valor em reais a ser descontado de R$ 550,00 e seja R(x) a rentabilidade. Assim temos,

$$R(x) = \overbrace{(550 - x)}^{\text{valor do ingresso}} \cdot \overbrace{(250 + 5.x)}^{\text{quantidade de veículos}}$$

Efetuando o produto obtemos : R(x) = −5x2 + 2500x + 137.500

Temos uma função quadrática R(x), com x ≥ 0. Logo existe um x inteiro tal que a rentabilidade é máxima. Para isso, reescrevemos R(x) na forma canônica:

$$R(x) = -5x^2 + 2500x + 137.500 = -5.(x^2 - 500x - 27500) \Leftrightarrow$$

$$R(x) = -5(x^2 - 500x + 250^2 - 250^2 - 27500) \Leftrightarrow$$

$$R(x) = -5.[(x - 250)^2 - 90.000] \Leftrightarrow$$

Logo, a forma canônica é:

$$R(x) = -5.(x - 250)^2 + 450.000$$

Repare que: $R(x)$ será máximo quando x − 250 = 0 ⇒ x = 250

Portanto, a receita máxima do show será R$ 450.000,00 quando o preço do ingresso for 550 − 250 = 300 reais.

Quadro 3 : Resumo da sequência didática

PROBLEMAS			
Objetos de conhecimento	**5 - Tanques de aço inox para produção de vinhos**	**6 - Juros Contínuos**	**7 - Efeitos da radiação no meio ambiente**
	Progressão geométrica		
	Estudo da Função Exponencial		
	Recursividade	Estudo da Função Logaritmo	
	Conceito de Limite		
		Matemática financeira-tipos de capitalização (simples, compostas e contínuas)	
Habilidades da Competência Específica 3		EM13MAT303	
	EM13MAT304		
	EM13MAT305		
Ações propostas	Caracterizar modelos exponenciais		
	Refletir sobre o conceito recursivo	Discutir tipos de capitalização	Discutir fórmulas usadas nas Ciências da Natureza
	Utilizar softwares para plotar gráficos	Apresentar o *número de Euler*	
Tempo estimado	150 min	150 min	120 min

Problema 2 - Cavando um buraco[2]

Uma empresa de construção civil adota a escavação manual de bases para tubulações a depender da natureza do solo (topografia) e as características do local e do volume a ser escavado. Supondo que essa empresa seja contratada para escavar um buraco retangular com um metro de largura de modo que o volume cavado tenha 500 m³.

Figura 4. Escavação para tubulações.



Fonte: http://www.prfundacoes.com.br/escavacao-manual-de-bases-para-tubuloes

A Figura 4 ilustra elementos da proposta do problema. Sabendo que cada metro de profundidade custa 50 reais e cada metro quadrado de área cavada custa 10 reais, determine o comprimento e a profundidade do buraco a fim de que seu custo seja o menor possível?[3]

características do local e do volume a ser escavado. Supondo que essa empresa seja contratada para escavar um buraco retangular com um metro de largura de modo que o volume cavado tenha 500 m³. Sabendo que cada metro de profundidade custa 50 reais e cada metro quadrado de área cavada custa 10 reais, determine o comprimento e a profundidade do buraco a fim de que seu custo seja o menor possível?[4]

Habilidades a serem desenvolvidas: Neste problema se trabalham as habilidades designadas em:

(EM13MAT302). Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT309). Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Objetos de conhecimento abordados:

Cálculo da área da superfície e do volume de um prisma; máximo e mínimos de uma função; desigualdade das médias aritmética-geométrica; equação do 2ª grau; inequação-produto.

Uma proposta de solução: De acordo com o enunciado o buraco retangular é, matematicamente, um prisma reto cuja medida da largura é 1 m e denotemos por:

Seja x sendo a medida do comprimento do buraco ; e considere y =sendo medida da profundidade do buraco;

Com isso, o volume do prisma reto é dado por $V(x,y) = x.1.y \quad \Rightarrow$

$$x.y = 500 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{500}{x}$$

Sabemos que, cada m^2 de área cavada, custa 10 reais e cada metro de profundidade custa 50 reais. Assim, escrevemos a função $C(x,y)$, que representa o custo total para cavar o buraco.

$$C(x,y) = \overbrace{10x}^{\text{custo total por } m^2} + \overbrace{50y}^{\text{custo total de profundidade}}$$

Reescrevendo a expressão acima em função de x, tem-se:

$$C(x) = 10x + 50.\frac{500}{x} \quad \Rightarrow \quad C(x) = \frac{10x^2 + 25000}{x}, \quad x > 0$$

Note que, a função $C(x)$ é uma função racional e queremos determinar um valor positivo de x para que $C(x)$ seja mínimo. O conhecimento de derivadas de funções é um método muito útil para determinar os valores de máximo ou mínimo de funções racionais. Entretanto, no Ensino Médio o estudo das técnicas do Cálculo Diferencial e Integral não estão inseridos na BNCC. Como resolver esse problema?

Repare que, devemos encontrar uma imagem para a função custo total, ou seja, um valor $a > 0$ tal que,

$$\frac{10x^2 + 25000}{x} = a \quad \Leftrightarrow \quad 10x^2 - ax + 25000 = 0 \quad (*)$$

A equação $(*)$, na variável x, possui solução real quando o discriminante ≥ 0, isto é,

$$a^2 - 10^6 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad (a - 10^3).(a + 10^3) \geq 0$$

Analisando o produto das funções da última expressão acima, obtemos: $a \leq -1000$ e $a \geq 1000$. Daí, como a é positivo e queremos encontrar o menor valor de x, então $a = 1000$. Logo o menor custo para cavar o buraco é 1 mil reais.

Agora, determinemos as medidas do comprimento e a profundidade:

Temos, $10x^2 - ax + 25000 = 0 \quad \Rightarrow \quad 10x^2 - 1000x + 25000 = 0$

Reescrevendo a equação na forma canônica, obtemos:

$$10x^2 - 1000x + 25000 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$10(x^2 - 100x + 2500 - 2500 + 2500) = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$10[(x^2 - 100x + 2500)] = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$10(x - 50)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 50$$

Portanto, o comprimento do buraco é 50 m. Como $y = \frac{500}{x} = \frac{500}{50} = 10$

Logo, a profundidade do buraco é 10 m.

COMENTÁRIOS / SUGESTÕES DOS PROBLEMAS 1 E 2 PARA OS PROFESSORES

As habilidades EM13MAT302 e EM13MAT309 referentes aos problemas 1 e 2, em particular a habilidade comum aos dois problemas propostos – EM13MAT302, tem como um dos objetivos usar a função polinomial do 2ª grau para modelar aplicações de problemas de otimização, ou seja, onde se determine em que condições uma grandeza assume valores máximos e mínimos. Além disso, esses modelos se aplicam também a estudos físicos do movimento uniforme variado cuja aceleração é constante.

Vale destacar que as orientações do BNCC valorizam a aplicabilidade da matemática no dia a dia dos estudantes, é comum ainda encontrar na prática pedagógica de alguns professores questões que envolvem prioritariamente a memorização, estando longe e desvinculados das vivências desses estudantes. Por exemplo, o movimento uniforme é uma aplicação da função afim na modelagem de fenômenos físicos e, um fato curioso é que a maioria dos estudantes não conseguem compreender e associar que a função horária do movimento uniforme dado pela expressão:

$$S = s0 + v.\ t$$

que equivale a uma função afim, da forma:

$$f\ (x) = ax + b.$$

Uma das razões para justificar essa incoerência na construção do processo de conhecimento, está na metodologia ainda arraigada por muitos professores, criando clichês do tipo: movimento uniforme? Só lembrar da expressão que representa fórmula conhecida popularmente como " fórmula do sorvete" :

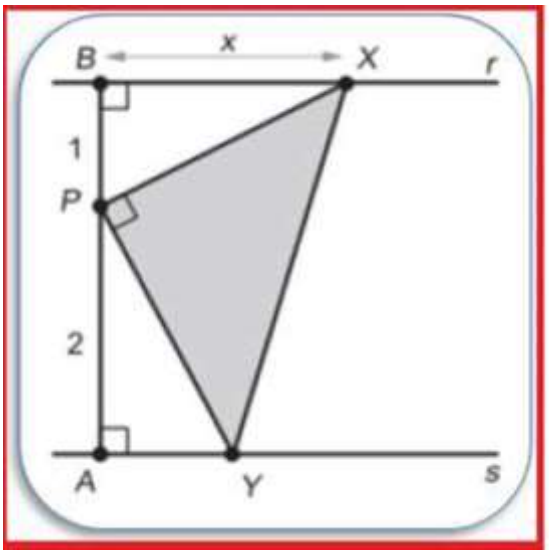
$$S = s0 + v.\ t$$

Essa reflexão pode ser expandida para outros objetos de conhecimento abordado no dia a dia da sala de aula. Logo, para tentar corrigir essas distorções, o professor de matemática pode dialogar em parceria com os professores de Física objetivando planejar estratégias comuns, para levar ao estudante atividades que possibilitem melhor compreensão dos objetos abordados nas suas aulas.

Nas aplicações da função quadrática no Ensino Médio é necessário, como pré-requisito, que o estudante tenha assimilado o conceito de variável e tenha pleno domínio das propriedades e manipulação algébrica, pois, em tese nessa etapa o estudante tem conhecimento das equações do 1ª e 2ª grau que foram exploradas nos anos finais do Ensino Fundamental. Assim, cabe ao professor fazer uma avaliação diagnóstica dos conhecimentos prévios desses estudantes para identificar possíveis lacunas de aprendizagem na abordagem de problemas semelhantes aos que sugerimos.

PROBLEMA 3 (OBMEP-2012 - ADAPTADO)

Considere o problema dado com base na figura a seguir, a qual representa duas retas paralelas r e s. Sabendo que o segmento AB é perpendicular a essas retas e o ponto P, nesse segmento, é tal que AP = 2 e BP = 1.



observe

Triângulo XPY retângulo em P.

Fonte:https://drive.google.com/file/d/16x0

O ponto X pertence à reta r e a medida do segmento BX é indicado por x. O ponto Y pertence à reta s, AY = y e o triângulo XPY é retângulo em P.

a) Calcule a área do triângulo XPY em função de y.
b) Determine o valor de x e o valor de y para o qual a área do triângulo XPY é mínima e qual o valor dessa área.

Quadro 4 : Resumo da sequência didática

PROBLEMAS		
	9 - Dia das crianças	10 – Como é feito um notebook?
Objetos de conhecimento	Diagrama de árvore	
	Agrupamentos ordenados e não ordenáveis (combinações)	
		Probabilidade Condicional
Habilidades da Competência Específica 3		EM13MAT312
	EM13MAT310 e	EM13MAT311
Ações propostas	Apresentar e discutir diferentes método de contagem	
	Refletir sobre o uso de fórmulas para resolver um problema de contagem	
		Discutir a probabilidade condicional e a probabilidade simultânea (teorema da multiplicação de probabilidades) de dois eventos equiprováveis
Tempo estimado	120 min	120 min

Habilidades a serem desenvolvidas:

Neste problema se trabalham as habilidades designadas em:

> **(EM13MAT302).** Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
> **(EM13MAT307).** Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
> **(EM13MAT308).** Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

Objetos de conhecimento abordados:

Área de figuras planas; semelhança de triângulos e desigualdade das médias aritmética- geométrica; teorema de Pitágoras; equação do 2ª grau; inequação-produto.

Uma proposta de solução: Na figura, note que o trapézio AYXB é composto pelos triângulos XBP, APY e XPY. Denotando por (AYXB) a área do trapézio temos:

$$(*)\ (XPY) = (AYXB) - [(APY) + (BPX)]$$

i) $(AYXB) = \frac{(x+y).3}{2}$

ii) $(APY) = \frac{y.2}{2}$

iii) $(BPX) = \frac{x.1}{2}$

Substituindo i); ii) e iii) em (*) obtemos,

$$(XPY) = \frac{(x+y).3}{2} - \left[y + \frac{x}{2}\right] \Leftrightarrow \qquad (XPY) = \frac{2x+y}{2} \qquad (**)$$

De acordo com as informações do enunciado e, na figura repare:

$P\hat{B}X \equiv P\hat{A}Y = 90°$ e $X\hat{P}Y = 90°$ com isso temos,

$B\hat{P}X + X\hat{P}Y + A\hat{P}Y = 180°$ seja $B\hat{P}X = \beta$ e $A\hat{P}Y = \gamma$

Assim, $\beta + 90° + \gamma = 180°$

Nos triângulos retângulos $P\hat{A}Y$ e $P\hat{B}X$ temos:

$$(***)\ \begin{cases} B\hat{P}X + B\hat{X}P = 90° \\ A\hat{P}Y + P\hat{Y}A = 90° \end{cases} \Rightarrow B\hat{P}X + B\hat{X}P + A\hat{P}Y + P\hat{Y}A = 180°.$$ Daí obtemos:

$$\beta + 90° + \gamma = B\hat{P}X + B\hat{X}P + A\hat{P}Y + P\hat{Y}A \Rightarrow$$

Logo, $B\hat{X}P \equiv A\hat{P}Y$. Com isso, de (***) concluímos que $B\hat{P}X \equiv A\hat{P}Y$.

Então, como $B\hat{X}P \equiv A\hat{P}Y$; $B\hat{P}X \equiv A\hat{P}Y$ e $P\hat{B}X \equiv P\hat{A}Y$ seque que os triângulos $P\hat{A}Y$ e $P\hat{B}X$ são semelhantes, isto é,

$$\frac{2}{x} = \frac{y}{1} = \frac{PY}{PX} \Rightarrow x = \frac{2}{y}$$

Substituindo esta última expressão em (**) obtemos a área do triângulo XPY em função de y:

$$(XPY) = \frac{\frac{4}{y} + y}{2} \Rightarrow \qquad (XPY) = \frac{y^2+4}{2y}$$

Uma proposta de solução (b)

Temos, $(XPY) = \frac{y^2+4}{2y} = \frac{y+\frac{4}{y}}{2}$

Agora, aplicando a desigualdade das médias aritmética e geométrica obtemos:

$$\frac{y+\frac{4}{y}}{2} \geq \sqrt[2]{y.\frac{4}{y}} \Rightarrow \quad \frac{y+\frac{4}{y}}{2} \geq \sqrt[2]{4} \quad \Rightarrow (XPY) \geq 2$$

Logo $(XPY) = 2$ se, e somente se, $y = \frac{4}{y} \Rightarrow y^2 = 4$

y é positivo, então tem-se $y = 2$. Daí substituindo $y = 2$ em $(**)$:

$$(XPY) = \frac{2x+y}{2} \Rightarrow \frac{2x+2}{2} = 2 \therefore x = 1$$

Portanto para $x = 1$ e $y = 2$ o triângulo XPY tem área mínima e igual a 2,logo os triângulos APY e BPX são isósceles.

Sabemos que a contextualização e interdisciplinaridade no trabalho em sala de aula é enriquecedor, pois melhora, nesse caso, o ensino-aprendizado para assimilar as habilidades dos conceitos trabalhados.

6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS:

O presente trabalho discorreu sobre o ensino da matemática para resolução de problemas ao longo do Ensino Médio, com um olhar na elaboração e resolução de problemas matemáticos correlacionados às habilidades da competência específica 3 da Base Nacional Comum Curricular BNCC. O recorte histórico inicial retrata um aspecto valorizado pelos PCN's. Muitas vezes, na correria cotidiana o professor de matemática, em particular no Ensino Médio, tem dificuldades em organizar problemas integrados com as exigências dos documentos oficiais. Em particular a resolução de problemas permite uma prática pedagógica em que a aprendizagem está diretamente ligada com a compreensão. É comum na nossa atividade distinguirmos os problemas dos exercícios. Para Onuchic um problema "é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer" (ONUCHIC, 2011, p. 81). Enquanto professor, percebo que os estudantes, em sua maioria, entendem a palavra Problema como algo difícil, complexo, que exige uma investigação e pode ser indecifrável; do contrário o Exercício vem a ser entendido, por esses estudantes, como um algoritmo de fácil ou difícil execução, porém no geral,

o processo de solução tem sentido claro, pois o professor aplica-o para ser “exercitado” após ter apresentado os conceitos e manipulações do objeto matemático estudado por meio de exemplos. Assim, a depender do grau de conhecimento matemático do estudante um Exercício pode ser considerado um problema e, um Problema pode significar um exercício.

Além disso, os problemas que foram propostos em (CAMPÊLO, 2023) foram montados com o intuito de fomentar um debate para os professores de matemática na correção de metodologias adotadas em sala de aula na aquisição das habilidades matemáticas para resolução de problemas correlacionados a outros componentes curriculares do Ensino Médio.

Entendemos que a temática possa contribuir na reflexão da docência da matemática em consonância com os documentos normativos vigente (BNCC) no Ensino básico, de modo a estimular os professores tanto em sua prática docente ao escolher a resolução de problemas como uma das possíveis estratégias didática em sala de aula.

7- REFERÊNCIAS

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: MEC/Semtec,2002. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf >. Acesso em: 15 dez. 2022 CAMPÊLO, K. L. A. Resolução de problemas no ensino médio: Sequência didática das habilidade da competência específica 3 da BNCC. Dissertação de Mestrado UFERSA, 2023

DANTE, L.R. Didática da resolução de problemas de matemática: 1ª a 5ª séries. 12ª ed. São Paulo: Ática, 2000.

EVES, H. Introdução à História da Matemática. Campinas – SP: Editora Unicamp, 2004. 844 p.

GARBI, G. G. A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática. 5. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2010. 346 p.

ONUCHIC, L. L. R.; Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. 2013. Disponível em: <https://www.yumpu.com/pt/document/read/14304241/iserp-palestra-de- encerramento-uma-historia-da-resolucao-de-> Acesso em: 19 abr. 2023.

POLYA. G. A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro: Interciencia. 1994. 196 p.

POZO, J. I.; ECHEVERRÍA, M. D. P. P. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, Juan Ignacio. A solução de problemas: aprender a resolver, resolver a aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ROQUE, T.; CARVALHO, J. B. P. de. Tópicos de História da Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2012. 467 p.

NCTM, Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: Nacional Council of Teachers of Mathematics, 2000.

Capítulo 3

10.37423/240709196

ENSINO DAS OPERAÇÕES BÁSICAS NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA APLICAÇÃO ATRAVÉS DA RECOMPOSIÇÃO DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Rogério da Silva Costa

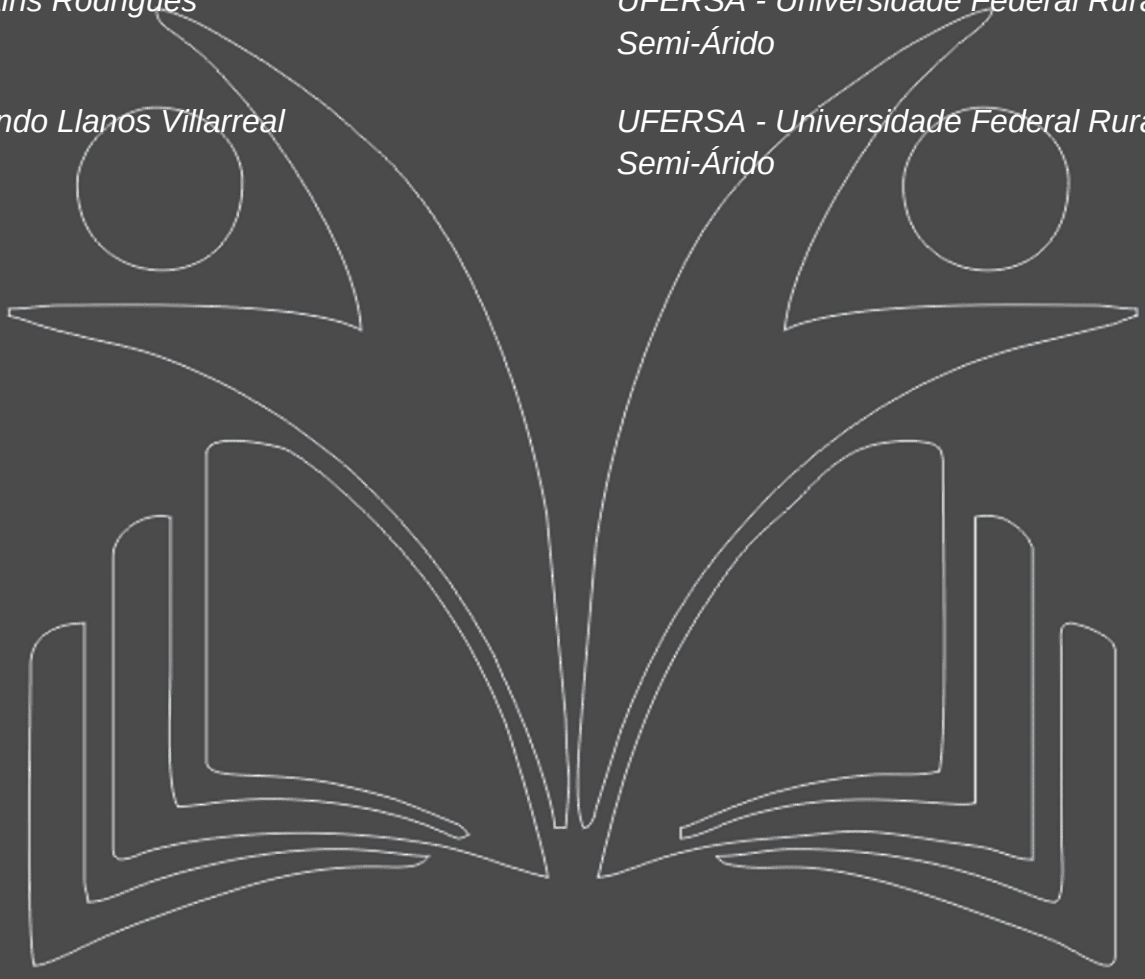
(SME- Aracati) - Secretaria Municipal de Educação de Aracati - CE

Walter Martins Rodrigues

UFERSA - Universidade Federal Rural do Semi-Árido

Elmer Rolando Llanos Villarreal

UFERSA - Universidade Federal Rural do Semi-Árido



Resumo: Esse trabalho traz uma proposta de ensino das operações aritméticas básicas da matemática através da recomposição da aprendizagem em matemática aplicada em uma turma de 9º ano da Escola Domingos Costa Teobaldo no município de Aracati-CE. O objetivo desse trabalho é propor algumas ações a serem compartilhadas entre docentes que atuam no ensino de matemática e enfrentam o desafio da recomposição da aprendizagem que as turmas exigem, pós pandemia da COVID-19. A metodologia utilizada foi de aplicação da proposta de ensino com os alunos do 9º ano da escola, abordada em dezesseis encontros a partir do uso de alguns recursos didáticos. Concluída as ações, apresentam-se resultados significativos no tocante ao fortalecimento da aprendizagem destas operações básicas, e também, resultados de avaliação externa que comprovam um ganho de compreensão e aprendizagem matemática favorável para o aprendizado de habilidades matemáticas mais complexas abordadas na etapa final do ensino fundamental.

Palavras-chave: Recomposição da aprendizagem. Operações básicas. Ensino na Pandemia da Covid-19.

1. INTRODUÇÃO

A presente pesquisa traz um estudo da educação contextualizada com a realidade social do educando que é um fator muito interessante que veio à tona como uma preocupação educativa necessária no Brasil, principalmente a partir dos trabalhos do ilustre professor Ubiratan D'Ambrosio, no qual afirma que "A Matemática é a única disciplina escolar que é ensinada aproximadamente da mesma maneira (tradicional) e com o mesmo conteúdo para todas as crianças do mundo" (D'AMBROSIO, 1993).

"O saber ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou sua construção" (FREIRE, 2011, p. 47). Partindo dessa premissa, as dificuldades de aprendizagem da matemática não incidem somente sobre o aluno, mas, também sobre aquele que ensina.

É de longa data que muitos estudiosos vêm tentando desconstruir a fala de que a matemática é uma disciplina difícil cuja aprendizagem é só para quem nasce com o talento para ela. A discussão em torno dessa crença e o esforço para superá-la têm sido o desafio de muitos professores.

Mesmo com muito empenho, a matemática costuma ser ainda hoje a vilã nas instituições de ensino, pois, como já alertara os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), é frequente o professor apresentar conteúdos, definições, exemplos, demonstrações para o aluno exercitar pela repetição, pressupondo que a reprodução gere aprendizagem (BRASIL,1998, p. 37).

Com base nesses antecedentes, proponho este trabalho com uma abordagem nas operações aritméticas básicas da matemática numa turma de 9º ano a partir da necessidade de tais operações serem de fundamental importância para o aprendizado de habilidades matemáticas mais complexas na série final do ensino fundamental.

O interesse neste assunto surgiu ao observar o aumento da problemática na aprendizagem matemática dos alunos da Escola Domingos Costa Teobaldo e por dar importância às orientações apresentadas em formações continuadas de Professores do Programa de Aprendizagem na Idade Certa – MAISPAIC sobre a necessidade de mudanças essenciais a serem realizadas para combater essa problemática.

Nesse sentido realizamos um trabalho de pesquisa no mestrado profissional de matemática – PROFMAT, voltado para elaboração da dissertação de mestrado do primeiro autor (COSTA, R. S, 2023). No qual o estudo focou no retorno do ensino presencial após quase dois anos de ensino remoto.

A pandemia intensificou desafios que já existiam na Educação, e agora é necessário articular ações para reordenar e impulsionar as aprendizagens. Antes da covid-19, a Educação pública brasileira já enfrentava graves problemas. Portanto, trata-se de uma situação que é emergencial e requer uma ação rápida, com estratégias para, mais do que recuperar, potencializar a aprendizagem dos estudantes.

De acordo com Santos (2022), na concepção de Sonia Guaraldo, consultora pedagógica e especialista em formação continuada no Instituto Gesto:

> A recomposição de aprendizagem é como um grande guarda-chuva, que envolve olhar para múltiplos aspectos. Havia uma lógica na Educação até 2019, e a pandemia mudou tudo. Agora, é preciso justamente reordenar, mas não basta só 'voltar ao que era antes', é preciso voltar melhorando, prestando atenção às coisas que devemos olhar. É por isso que falamos em 'recomposição'. É preciso olhar para tudo: habilidades não consolidadas e o que foi ou não oferecido no período pandêmico. Analisar o que não foi consolidado e, depois de tudo isso, construir estratégias para recompor as aprendizagens, traçando grandes diretrizes. (SANTOS, 2022).

Este trabalho visa disponibilizar um material norteador para professores de matemática que seja útil na sua prática diária de sala de aula com algumas propostas pouco diferenciadas, se comparadas com o ensino regular visto até 2019, que visam beneficiar o ensino, tornando o aprendizado do aluno mais significativo, enfatizando seu pensamento matemático.

Dessa forma, temos como objetivo geral apresentar uma abordagem de ensino das operações aritméticas básicas por meio da recomposição da aprendizagem em matemática para alunos do ano 9º ano do ensino fundamental.

Os principais objetivos da pesquisa foram de tratar da recomposição de aprendizagem e suas especificidades. Dessa forma foi possível obter dados relevantes que mostram a necessidade de uso da recomposição da aprendizagem matemática, bem como oferecer uma proposta de ensino com abordagem nas operações aritméticas básicas da matemática.

1. APRENDIZAGEM NA PANDEMIA DA COVID-19 E AVALIAÇÃO SPAECE

Nesta seção foi abordado sobre os aspectos gerais da aprendizagem na pandemia da COViD-19 e sobre dados da avaliação diagnóstica.

a. Sobre a aprendizagem na pandemia da covid-19

Na discussão da problemática ligada aos déficits de aprendizagem associados à Pandemia da Covid-19 está a desigualdade social. Logicamente que na prática os filhos da classe trabalhadora, foram os mais

prejudicados, em virtude da dificuldade de acesso à internet, materiais didáticos virtuais e acompanhamento dos estudos em casa. À medida que se tornava mais inacessível ao estudante pobre, qualquer tipo de conteúdo que lhe proporcionasse um crescimento cultural e consequentemente intelectual, ao qual os seus pais não haviam tido a oportunidade de usufruir, estava sendo oficializada uma estagnação intelectual a uma classe social.

A garantia do Direito à Educação e as próprias lacunas na aprendizagem já nos preocupa há muito tempo. Agora, pós pandemia, elas se tornaram absurdamente evidentes", enfatiza Alice Andres Ribeiro, diretora de articulação do Movimento pela Base, rede não governamental e apartidária que desde 2013 se dedica à construção e implementação da Base Nacional Comum Curricular e do Novo Ensino Médio.

> Segundo o estudo do Unicef e Cenpec Educação, cerca de 5 milhões de crianças e adolescentes estavam sem acesso à Educação no Brasil em novembro de 2020, já no período pandêmico – "uma cifra quase inimaginável", nas palavras da especialista. Assim, torna-se cada vez mais presente nas redes, secretarias e escolas a discussão em torno da recomposição de aprendizagens. Essa perspectiva envolve iniciativas com foco no protagonismo e no desenvolvimento dos alunos, indo além da mera 'recuperação de aprendizagem' devido às dificuldades trazidas pela pandemia. (SANTOS,2022).

A necessidade de adaptação à nova realidade imposta trouxe déficits significativos, que foram mensurados pela avaliação SPAECE diagnóstico. Não entenda a adaptação aqui mencionada, como apenas uma virtude da comunidade escolar, mas uma necessidade de que diante de um cenário de exclusão social, se apresenta como um caminho inevitável para grande parte da população, que não enxerga a possibilidade de uma melhoria significativa em suas vidas.

b. A avaliação SPAECE e resultados do seu diagnóstico

Criado em 1992, o Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará – SPAECE avalia as competências e habilidades dos estudantes do Ensino Fundamental e do Ensino Médio das redes estadual e municipal em Língua Portuguesa e Matemática. Alinhado ao Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), o SPAECE possui matriz de referência própria, e o monitoramento identifica o nível de proficiência e a evolução do desempenho estudantil para subsidiar políticas educacionais.

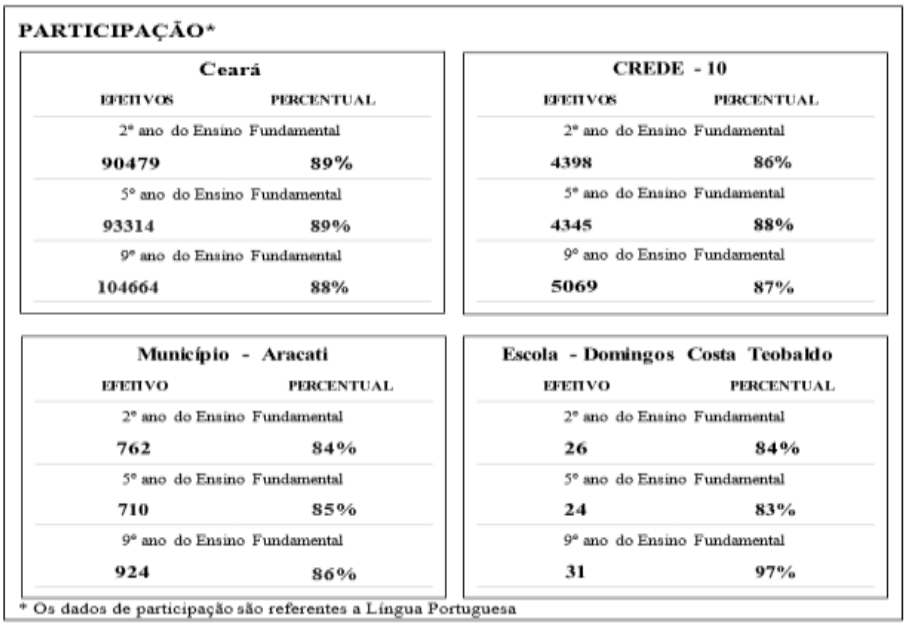
De acordo com Campos (2022) a primeira edição do SPAECE, há 30 anos, contemplou somente a capital Fortaleza, onde alcançou 14,6 mil estudantes da 4a e 8a série de 157 escolas estaduais. Foi apenas em 2003, que a avaliação alcançou, pela primeira vez, todos os municípios cearenses, num total de 28,5 mil estudantes de 8° ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio.

Essa é uma política educacional extremamente fortalecida pelo regime de cooperação entre estados e municípios, tendo como uma das ferramentas de monitoramento e estabelecimento de novas metas de aprendizagem, o SPAECE. Portanto, observamos no Ceará um caso em que os resultados da avaliação são utilizados como aliados dos gestores na implementação e acompanhamento das políticas educacionais voltadas para a melhoria da qualidade da educação que é ofertada e, portanto, da garantia do direito à aprendizagem.

Diante do distanciamento social causado devido a pandemia da COVID-19, não houve a realização e aplicação da avaliação SPAECE nos anos 2020 e 2021. Porém, no ano letivo de 2022 com a retomada do ensino presencial houve também o retorno desta avaliação. Em especial aplicada em duas versões e em períodos distintos do referido ano letivo. A primeira versão do SPAECE com um objetivo diferenciado, classificada como a principal avaliação diagnóstica do ensino básico do Ceará em 2022, foi realizada a fim de contribuir com ações devidas em combate a perdas da aprendizagem no período pandêmico realizada no início do ano letivo, ao saber, em março, com objetivo principal de diagnóstica e verificar o conhecimento prévio dos estudantes, permitindo aos professores e especialistas revisar o planejamento e adequar as estratégias de ensino às necessidades das turmas e dos estudantes. Já a segunda versão do SPAECE foi realizada no final do ano letivo semelhantemente como nos anos anteriores.

Abaixo apresentamos informações sobre a participação e resultados de proficiência média obtidas no SPAECE diagnóstico 2022 a nível de estado, coordenadoria regional de desenvolvimento da educação - CREDE, munícipio, e também da Escola Domingos Costa Teobaldo.

Figura 1 – Participação no SPAECE Diagnóstico 2022



PARTICIPAÇÃO*

Ceará	
EFETIVOS	PERCENTUAL
2º ano do Ensino Fundamental	
90479	89%
5º ano do Ensino Fundamental	
93314	89%
9º ano do Ensino Fundamental	
104664	88%

CREDE - 10	
EFETIVOS	PERCENTUAL
2º ano do Ensino Fundamental	
4398	86%
5º ano do Ensino Fundamental	
4345	88%
9º ano do Ensino Fundamental	
5069	87%

Município - Aracati	
EFETIVO	PERCENTUAL
2º ano do Ensino Fundamental	
762	84%
5º ano do Ensino Fundamental	
710	85%
9º ano do Ensino Fundamental	
924	86%

Escola - Domingos Costa Teobaldo	
EFETIVO	PERCENTUAL
2º ano do Ensino Fundamental	
26	84%
5º ano do Ensino Fundamental	
24	83%
9º ano do Ensino Fundamental	
31	97%

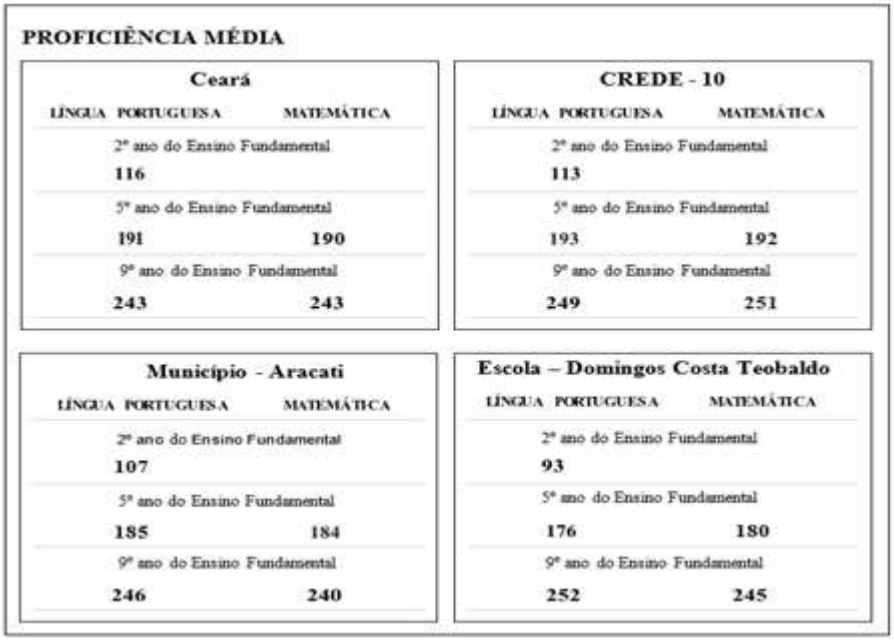
* Os dados de participação são referentes a Língua Portuguesa

Fonte: Plataforma CAEd (2022)

A Figura1 mostra os quantitativos de participação na avaliação do SPAECE Diagnóstico. Observa-se uma boa participação neste diagnóstico visto que em todas três etapas de ensino avaliadas o número percentual de participação ficou acima de 82% em todas as redes de ensino e escola. Estes percentuais bastante consideráveis de participação favorecem nas apurações dos dados estatísticos tornando-os mais realistas com relação aos resultados de aprendizagens dos alunos obtidos pelas redes e escola.

A Figura 2 mostra as médias de proficiência em Língua Portuguesa e Matemática dos alunos obtidas no Spaece Diagnóstico para turmas de 5º e 9º anos e médias de proficiência em Língua Portuguesa para turmas de 2º ano avaliadas nas redes de ensino.

Figura 2 – Proficiência Média no SPAECE Diagnóstico 2022



PROFICIÊNCIA MÉDIA

Ceará

LÍNGUA PORTUGUESA	MATEMÁTICA
2º ano do Ensino Fundamental	
116	
5º ano do Ensino Fundamental	
191	190
9º ano do Ensino Fundamental	
243	243

CREDE - 10

LÍNGUA PORTUGUESA	MATEMÁTICA
2º ano do Ensino Fundamental	
113	
5º ano do Ensino Fundamental	
193	192
9º ano do Ensino Fundamental	
249	251

Município - Aracati

LÍNGUA PORTUGUESA	MATEMÁTICA
2º ano do Ensino Fundamental	
107	
5º ano do Ensino Fundamental	
185	184
9º ano do Ensino Fundamental	
246	240

Escola – Domingos Costa Teobaldo

LÍNGUA PORTUGUESA	MATEMÁTICA
2º ano do Ensino Fundamental	
93	
5º ano do Ensino Fundamental	
176	180
9º ano do Ensino Fundamental	
252	245

Fonte: Plataforma CAEd (2022)

Fazendo a leitura e análise das informações apresentadas, mas com um foco nas médias de proficiência obtidas em matemática para a terceira etapa de ensino, ou seja, as médias obtidas para os 9º anos, observa-se uma pequena sobreposição no resultado obtido pela CREDE10 ao ser comparado com os resultados obtidos pelas outras redes de ensino: estado, município e escola.

Apesar disso, os resultados obtidos sobre a aprendizagem matemática nos revelam o que já era previsto por especialistas em educação, que previam perdas significativas na aprendizagem decorrentes do ensino remoto em 2020 e 2021.

Diante dos dados mostrados confirma-se que no tocante a aprendizagem matemática dos anos finais do ensino fundamental, ou seja, da aprendizagem dos alunos dos 9º anos no estado Ceará e suas redes de ensino tem-se como classificação o crítico como o padrão de desempenho obtido no SPAECE, padrão este visto como, 2º menor entre os quatro padrões de desempenho estabelecidos pela avaliação. Esta classificação dada é justificada pelas médias de proficiência em matemática obtidas no SPAECE Diagnóstico as quais ficaram entre 240 a 251 pontos de proficiência em matemática nos 9º anos das redes de ensino e escola.

2. A RECOMPOSIÇÃO DA APRENDIZAGEM E AS OPERAÇÕES BÁSICAS

Nesta seção foi abordado a definição da recomposição da aprendizagem matemática e sua importância, assim como a importância das operações básicas.

a. Aspectos Gerais da Recomposição da Aprendizagem

Santos (2022) apresenta o conceito de recomposição de aprendizagem pautado em Sonia Guaraldo, que diz ser "um grande guarda-chuva que envolve olhar para múltiplos aspectos". No período de retorno de ensino presencial, pós ensino remoto, muitas coisas mudaram, pois, não bastou apenas voltar as coisas como eram, já que será preciso fazer melhor e por estes motivos a recomposição é essencial. Essa visão de Santos (2022) permite a reflexão das diversas frentes, pois, não se trata de um projeto simplista, já que a recomposição tem como proposta englobar tópicos como: "avaliação, currículo, formação continuada e acompanhamento pedagógico". Dessa forma, seria necessário olhar para os diversos aspectos como as habilidades que não foram consolidadas a fim de que os professores sejam possibilitados para a construção de estratégias de aprendizagens para que estes aspectos possam ser recompostos.

Um questionamento pode ser feito: existe diferença entre a recomposição e recuperação? A recuperação é um termo adequado quando estamos nos referindo a uma situação em que o sujeito teve a oportunidade de aprender, isto é, a escola de alguma forma trabalhou estas habilidades com o estudante e buscou desenvolver as habilidades. O termo recomposição, por sua vez, diz respeito a aprender aquilo que não foi possível, ou seja, não existe a possibilidade de recuperar aquilo que não foi aprendido. "Por isso, tem-se adotado o termo "recomposição", no sentido de "restabelecer", "restaurar" a conexão com a(o) estudante, que havia se perdido com o isolamento social" (ABE, 2022).

De acordo com Abe (2022), as práticas pedagógicas de recuperação têm uma visão para o que foi trabalhado, no sentido de tentar recuperar o que os alunos não conseguiram aprender, já a recomposição deve proporcionar uma aprendizagem integral daquilo que foi perdido, ou seja, devem ser viabilizadas para garantir a edificação de conhecimentos prévios que auxiliam no desenvolvimento de "competências, habilidades e atitudes relativas ao ano escolar em que estão matriculadas(os), impulsionando o aprendizado".

Para que a recomposição ocorra de forma adequada, seria preciso uma avaliação de caráter diagnóstico para que os professores identifiquem as lacunas e o planejamento dos apoios que são precisos, tanto nas ações pedagógicas de recuperação quanto nas de recomposição (ABE,2022).

Abe (2022) aponta que o diferencial da recomposição é não criar traumas nos alunos, pois, muitas vezes, ao estarem em uma turma de recuperação, o(a) aluno(a) é marcado(a) pelos(as) demais como alguém em que não sabe e muitas vezes pode sofrer preconceitos de seus colegas. No entanto, os processos de recomposição farão com que o apoio no tempo certo consiga chegar de forma mais vantajosa.

Por meio de um Decreto nº 11.079 de 23 maio de 2022 foi instituído pelo governo federal a Política Nacional de Recuperação de Aprendizagem das Aprendizagens na Educação Básica. A intenção central foi combater à evasão e abandono da escola, visando "a diminuição da distorção idade-série e o desenvolvimento de estratégias de ensino e aprendizagem para acelerar o avanço das(os) estudantes" (ABE, 2022). Para isso, o Decreto nº 11.079 de 23 de maio de 2022 aponta como diretrizes, o incentivo ao desenvolvimento de meios e de metodologias que estimulem a recuperação das aprendizagens e estratégias de diagnóstico de acompanhamento das aprendizagens do aluno e a promoção da inclusão digital e da inovação das instituições de ensino (ABE, 2022).

> O decreto prevê ainda o estabelecimento de metas curriculares nacionais, a aplicação de avaliação diagnóstica e formativa a docentes e gestoras(es), a elaboração de estudos, avaliações e de uma plataforma para divulgação das soluções tecnológicas relacionadas à temática (ABE, 2022, s/p.).

Abe (2022) diz que existe muita importância da existência de uma política pública que trata desses grandes problemas, ao garantir uma armação legal que inclusive estimula as redes de ensino que ainda não pensaram em ações que visem tais investidas.

Santo (2022) diz ainda que são quatro as premissas consideradas inegociáveis na recomposição de aprendizagens, segundo Sonia Guaraldo consultora pedagógica e especialista em formação continuada no Instituto Gesto:

> *Perspectivas exigem ações articuladas entre secretarias, gestores e professores*
>
> **Arranjos didáticos:** Relacionados ao trabalho com agrupamentos de alunos visando resultados. "Os educadores de todas as frentes devem se perguntar: como posso organizar as minhas turmas? Como organizo a minha escola? Como, na secretaria, posso ajudar as escolas a estruturarem esses arranjos?".
>
> **Planejamento com foco em diferenciação pedagógica:** "Gestores devem criar espaços formativos para ajudar o professor a planejar olhando para todas essas questões de contexto. E a rede precisa consolidar uma estrutura de formação continuada para um bom planejamento".
>
> **Avaliação para a aprendizagem:** "A avaliação precisa ser célere e **Erro! Indicador não definido.**", destaca Sonia. "Tudo para obter respostas e agir rapidamente sobre elas".

> **Acolhimento para engajamento:** "Trata-se de um acolhimento que vai olhar para questões emocionais e de vida dos estudantes, mas que também deve ser sentido por eles dentro da sala de aula. A ideia é consolidar as interações e o próprio sentimento de pertencimento". (SANTOS, 2022.).

Diante disso, entende-se como recomposição da aprendizagem matemática o fazer pedagógico diante de um olhar para múltiplos aspectos, desde o planejamento com foco, valorização do acolhimento dos alunos, fazer arranjos didáticos e avaliações processuais.

a. Sobre as operações básicas

As quatro operações fazem parte do currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental como um dos conteúdos de grande relevância, iniciando-se o estudo das suas primeiras ideias desde a Educação Infantil. Boa parte dos alunos das séries iniciais deste nível de ensino são promovidos de um ano para o outro, sem dominarem seus conceitos básicos.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, o Ensino Fundamental I é distribuído em dois ciclos, o primeiro ciclo composto pela 1ª e 2ª séries (atualmente 2º e 3º anos), e o segundo ciclo composto pela 3ª e 4ª séries (atualmente 4º e 5º anos), o 5º ano funciona como uma espécie de passagem para o 6° ano que é o início do Ensino Fundamental II. A cada final de ciclo o aluno precisa ter adquirido as competências e habilidades necessárias para poder adentrar na próxima fase.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), para compreender as operações básicas da matemática é necessário entender alguns conceitos, da adição, subtração, multiplicação e divisão. Na adição é necessária a compreensão de aspectos como juntar e acrescentar, na subtração os de completar, comparar e tirar, na multiplicação os de adição de parcelas iguais e ideia combinatória, e enfim, na divisão os de divisão de parcelas iguais e medida.

Segundo ainda os PCN (BRASIL, 1998, p. 48), "Grande parte dos problemas no interior da matemática e fora dela são resolvidos pelas operações fundamentais.".

As dificuldades quanto a compreensão deste conteúdo é vista pelos professores como um impasse, já que, para o progresso dos demais conteúdos abordados nas séries subsequentes às inicias é de importante necessidade a compreensão deste mesmo, no qual serve de ferramenta em todos os outros conteúdos que serão ainda vistos.

Para Alves, Britto e Bayer (2013), a Matemática é compreendida como uma disciplina que, apesar de estar presente no cotidiano das pessoas, muitas vezes a teoria empregada em sala de aula não engloba o contexto social e cultural em que o aluno está inserido. Dessa forma, é importante que professor

utilize o conhecimento informal dos discentes e o aproveite para valorizar os aspectos sociais e culturais em que o educando está inserido, aliando, dessa forma, o conhecimento dito formal e informal.

Conforme D'Ambrósio (2018), é mister que o professor, ao mediar o conhecimento, contextualize os conteúdos por meio de problemas que englobem aspectos da vida real do aluno, entretanto "lamentavelmente, muitos criam problemas e questões artificiais, descontextualizadas, como mero mecanismo repetitivo para ilustrar teorias. O que podemos chamar de situações e problemas "realmente reais" estão lá, fora das gaiolas, não "inventadas" pelo professor" (D'AMBROSIO, 2018, p. 201).

Maccarini (2011) afirma que as operações básicas da matemática são consideradas, social e culturalmente, tão importantes que as pessoas que as conseguem resolver rapidamente, mesmo que mecanicamente, são consideradas boas em matemática.

Diante disto, o capítulo seguinte trata a respeito de uma proposta de arranjo didático com abordagens nas quatro operações básicas em uma turma de 9º ano do ensino fundamental dentro da perspectiva da recomposição da aprendizagem matemática. O plano de Ação Pedagógica, que reúne todas as orientações vigentes - administrativas, educacionais, sanitárias e legais - com o objetivo de alinhar o funcionamento das instituições e o atendimento à legislação vigente, foi sendo atualizado com informações complementares ao longo de 2021 e 2022.

2. METODOLOGIA

Nesta seção, descreveu-se acerca dos sujeitos que participaram do estudo, bem como a proposta relacionada ao estudo e a metodologia.

b. A pesquisa

Esta pesquisa foi baseada em dados educacionais da Escola Domingos Costa Teobaldo referentes a avaliações SPAECE, que indicam índices de aprendizagem e proficiência em matemática de alunos do 9º ano do ensino fundamental. Caracteriza-se, portanto, em uma pesquisa que tem aspecto quantitativo no tocante à análise do rendimento da escola e qualitativo sobre a percepção de aprendizado em matemática dos alunos da turma acompanhada.

c. Lócus da pesquisa

A pesquisa ocorreu na Escola Municipal Domingos Costa Teobaldo, localizada no município de Aracati/CE. A instituição está localizada a 17 quilômetros da cidade de Aracati e a 160 quilômetros da capital Fortaleza. Seu endereço é na Vila de Santa Tereza, bairro "zona rural", s/n.

A Escola Domingos Costa Teobaldo conta atualmente com uma boa estrutura possuindo 10 salas de aula, 01 sala de biblioteca, 01 secretaria, 01 sala de informática, 01 salas de coordenação pedagógica, 02 salas de apoio pedagógico, 01 cantina, 01 cozinha, 01 despensa, 04 banheiros, sendo 01 masculino, 01 feminino, e 02 unissex, 04 áreas de circulação e 01 quadra coberta.

Integrada no sistema nacional de educação desde a sua implantação, a escola tem se empenhado em garantir que todos tenham a formação básica necessária para ampliar as oportunidades de aprendizagem.

d. Sujeitos de pesquisa

Com 368 alunos no ano letivo de 2022, ano da pesquisa, a escola atendeu 95 alunos na educação infantil, 129 alunos do ensino fundamental anos iniciais – (1º ao 5º ano) e 144 alunos nos anos finais do ensino fundamental – (6º ao 9º ano).

A pesquisa foi realizada com 30 dos 31 alunos matriculados na turma do 9º ano do ensino fundamental, pois, infelizmente um dos alunos evadiu durante o ano letivo. Sendo a única turma de 9º ano da escola em 2022, esta foi escolhida devido ser a turma dos anos finais do fundamental que representa a escola na avaliação SPAECE, avaliação em larga escala do estado do Ceará que mede o nível de proficiência em Matemática e Língua Portuguesa dos alunos.

e. Análise Quantitativa de dados

No trabalho foi usado a regressão linear simples, que implicitamente é uma aplicação do método dos mínimos quadrados usados para determinar a equação da reta que representa o ajuste para um conjunto de dados emparelhados. A variável dependente considerada na análise foi o rendimento médio das escolas de Aracati na avaliação SPAECE voltado a etapa do 9º ano, a variável independente considerada foi o tempo dado em anos. Na pesquisa foi realizado a determinação do ajuste dos dados de 2006 a 2019 referente ao rendimento médio das escolas no SPAECE, com o uso do software Microsoft Excel, e determinada a regressão linear dos dados.

Essa forma de análise estima os coeficientes da equação linear, envolvendo uma ou mais variáveis independentes que melhor preveem o valor da variável dependente. A regressão linear se ajusta a uma linha reta que minimiza as discrepâncias entre os valores de saída previstos e reais. Neste

processo é assumido que a média é um estimador que permite resumir informações de uma variável aleatória, a reta de regressão é usada para resumir a estimativa linear entre duas variáveis aleatórias (Lapponi, 2002, p.344).

f. Procedimentos

Para a execução deste estudo, foram planejados e desenvolvidos encontros semanais, nas quintas feiras, com uma aula de 50 minutos cada, no período entre junho a novembro de 2022, nas semanas que houveram aulas na instituição, durante pesquisa. Os encontros foram desenvolvidos no turno da tarde, mesmo turno das aulas regulares da turma, com a exceção de um momento realizado no turno da manhã, no qual foi realizado a 1ª Olimpíada Escolar de Cálculo Mental.

A proposta só foi possível ser desenvolvida devido ao planejamento acordado entre docente e gestão escolar de separar uma aula semanal dentre as sete aulas de matemática semanal ofertadas a turma para desenvolvimento das ações, com o intuito de amenizar a defasagem da aprendizagem matemática.

Quanto a avaliação da aprendizagem dos alunos realizada durante as ações da pesquisa será utilizada a avaliação processo contínuo e cumulativo, envolvendo conteúdos e atividades curriculares desenvolvidas dentro e fora do ambiente escolar, com prevalência dos aspectos qualitativos sobre os quantitativos.

Durante o período das ações desenvolvidas nos encontros foram utilizadas pelo professor, no mínimo duas avaliações de acompanhamento ou diagnósticas, uma no primeiro encontro, e outra no último encontro.

A proposta foi realizada em 16 encontros, cuja síntese do planejamento está descrita nesse trabalho:

Encontro 1: Diagnóstico I das operações básicas: Adição, subtração, multiplicação e divisão.

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Avaliar conhecimentos prévios dos alunos sobre as operações básicas e identificar as defasagens de aprendizagem nas quatro operações.

Objetivos específicos: diagnosticar percentuais de domínio das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Recursos didáticos: Quadro branco, pincel, folhas de diagnóstico

Desenvolvimento metodológico: No primeiro encontro, foi realizado um diagnóstico sobre as operações básicas. A turma foi organizada em filas como se fosse aplicação de uma avaliação bimestral. Orientação oral sobre o diagnóstico foi dada e exposição no quadro branco também foi realizada com relação a data e tempo da atividade. Em seguida foi entregue a cada aluno uma folha do diagnóstico com questões simples envolvendo as quatro operações e dado tempo de 40 minutos para realização.

Encontro 2: Adição e Subtração

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Compreender os algoritmos da adição e subtração.

Objetivos específicos: Identificar se os alunos recordam os conceitos básicos da adição e subtração

Recursos didáticos: Datashow, slides, quadro branco, pincel.

Desenvolvimento metodológico: No segundo encontro, foi realizada uma aula expositiva e dialogada com a turma, fazendo-se uso do Datashow, por meio de apresentação em slides abordando os conceitos básicos da adição e subtração através de simples situações problemas do cotidiano. Em seguida, foi proposta e disponibilizada uma pequena atividade também em slides para que os alunos tivessem acesso e respondessem, finalizando assim o encontro.

Encontro 3: Dominó da Adição e Subtração

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Desenvolver habilidades de adição e subtração.

Objetivos específicos: Desenvolver e aprimorar o cálculo mental sobre adição e subtração.

Recursos didáticos: Dominó de cartolina.

Desenvolvimento metodológico: No terceiro encontro, foi realizado um momento lúdico com a turma fazendo uso do dominó da adição e subtração. A turma foi organizada em grupos de 5 a 6 alunos, em seguida repassada as orientações e regras do jogo, assim como também foram entregues aos grupos os dominós de cartolina previamente já confeccionados pelo professor. Durante o desenvolvimento do encontro, o professor fica auxiliando entre os grupos dando assistência e observando a participação dos alunos e fluidez do jogo.

Encontro 4: Operações de Adição e Subtração

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Praticar aplicação dos algoritmos da adição e subtração.

Objetivos específicos: Identificar o conhecimento sobre as operações de adição e subtração.

Recursos didáticos: Atividade impressa e Lousa digital.

Desenvolvimento metodológico: No quarto encontro, foi aplicada uma atividade em grupo com a turma afim de observar comportamento e reação dos alunos diante de simples operações de adição e subtração por meio de atividade impressa. Em seguida foi realizada correção da atividade de forma coletiva e participativa com os alunos, utilizando a lousa digital finalizando assim o encontro.

Encontro 5: Resolução de problemas de adição e subtração

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Resolução de situação problema envolvendo adição e subtração.

Objetivos específicos: Interpretar situação problema, identificar e efetuar corretamente as operações para solucionar o problema.

Recursos didáticos: Datashow e celular.

Desenvolvimento metodológico: Neste encontro, foi proposto a turma 4 situações problemas envolvendo operações de adição e subtração apresentadas com uso do Datashow através de slides. A turma é organizada em duplas ou trios para leitura e resolução de cada problema apresentado dentro do tempo de 5 minutos dado. Em seguida, foi realizada outra ação pedagógica também com as duplas ou trios por meio do jogo da adição e subtração no Wordwall com uso dos celulares fazendo assim uma pequena competição entre as duplas ou trios.

Encontro 6: Atividade diagnóstica avaliativa sobre adição e subtração.

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Avaliar aprendizagem dos alunos sobre as operações de adição e subtração.

Objetivos específicos: Identificar níveis de domínio das operações de adição, subtração.

Recursos didáticos: Atividade impressa

Desenvolvimento metodológico: Neste encontro, foi aplicada uma atividade diagnóstica avaliativa sobre as duas operações básicas trabalhadas nos encontros anteriores. A turma foi organizada em filas como é feito nas aplicações de avaliações bimestrais. Em seguida, foi entregue a cada aluno a folha da

atividade avaliativa com questões simples envolvendo operações de adição e subtração. Foi dado tempo de 40 minutos para realização.

Encontro 7: Multiplicação

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Exploração da multiplicação e seus elementos.

Objetivos específicos: Identificar se os alunos recordam os conceitos básicos da multiplicação

Recursos didáticos: Quadro branco, pincel e cadernos

Desenvolvimento metodológico: No sétimo encontro, foi realizada uma aula expositiva e dialogada com a turma fazendo-se uso do quadro branco abordando os conceitos básicos da multiplicação através de simples situações problemas do cotidiano. Em seguida, foi proposta uma atividade para os alunos construir a tabuada da multiplicação em seus cadernos.

Encontro 8: 1ª Olímpiada escolar de Cálculo Mental

Duração: 2h

Objetivo Geral: Estimular o desejo pela Matemática através de competição entre alunos do 6º ao 9º ano da escola sobre calculo mental relacionados a adição e subtração.

Objetivos específicos: Desenvolver e aprimorar o raciocínio lógico matemático sobre operações de adição e subtração.

Recursos didáticos: Lista com operações matemáticas.

Desenvolvimento metodológico: Este encontro foi realizado em horário e modo diferenciado dos demais, desenvolvido no turno da manhã no mesmo dia da feira de ciências da escola. Mais informações sobre a ação desenvolvida com os alunos encontra-se conforme regulamento no *Apêndice – B* da dissertação de mestrado do primeiro autor (COSTA, R. S, 2023) referenciada no final deste trabalho.

Encontro 9: Resoluções de situações problemas sobre multiplicação

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Resolução de situação problema envolvendo a multiplicação.

Objetivos específicos: Interpretar situação problema, identificar e efetuar corretamente as operações para solucionar o problema.

Recursos didáticos: Lousa digital e cadernos.

Desenvolvimento metodológico: No nono encontro, foi aplicada uma atividade com a turma, afim de observar a reação dos alunos diante de simples situações problemas de multiplicação por meio de atividade exposta na lousa digital. Em seguida, foi realizada correção da atividade de forma coletiva e participativa com os alunos utilizando a lousa digital finalizando assim o encontro.

Encontro 10: Atividade diagnóstica avaliativa sobre multiplicação.

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Avaliar aprendizagem dos alunos sobre operações de multiplicação.

Objetivos específicos: Identificar níveis de domínio sobre operações de multiplicação.

Recursos didáticos: Atividade impressa

Desenvolvimento metodológico: Neste encontro, foi aplicada uma atividade diagnóstica avaliativa a operação básica – multiplicação, trabalhada nos encontros anteriores. A turma foi organizada em filas como é feito nas aplicações de avaliações bimestrais. Em seguida foi entregue a cada aluno a folha da atividade avaliativa com questões simples envolvendo operações e situações problemas com multiplicação. Foi dado tempo de 40 minutos para realização da atividade.

Encontro 11: Critérios de divisibilidade

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Compreender os principais critérios de divisibilidade.

Objetivos específicos: Identificar se os alunos recordam alguns dos critérios de divisibilidade

Recursos didáticos: Datashow, vídeo, quadro branco, pincel.

Desenvolvimento metodológico: No encontro, foi realizada uma aula expositiva e dialogada com a turma fazendo-se uso do Datashow por meio de vídeo abordando os principais critérios de divisibilidade através da apresentação dos critérios e simples exemplos de aplicação em situações problemas do cotidiano. Em seguida, foi proposta e disponibilizada uma pequena atividade no quadro branco para que os alunos respondessem finalizando assim o encontro.

Encontro 12: Algoritmo da divisão e seus elementos

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Aplicação do algoritmo da divisão.

Objetivos específicos: Identificar o conhecimento dos alunos sobre operações com divisão.

Recursos didáticos: Quadro branco, pincel, atividade impressa.

Desenvolvimento metodológico: No encontro, foi realizada uma aula expositiva e dialogada com a turma fazendo-se uso do quadro branco abordando os conceitos básicos da divisão através de simples situações problemas do cotidiano. Em seguida, foi entregue uma atividade para os alunos sobre operações com divisão.

Encontro 13: Resoluções de situações problemas sobre divisão

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Resolução de situação problema envolvendo divisão.

Objetivos específicos: Interpretar situação problema, identificar e efetuar corretamente as operações para solucionar o problema.

Recursos didáticos: Lousa digital e cadernos.

Desenvolvimento metodológico: No encontro, foi aplicada uma atividade com a turma, afim de observar a reação dos alunos diante de simples situações problemas de divisão por meio de atividade exposta na lousa digital. Em seguida, foi realizada correção da atividade de forma coletiva e participativa com os alunos utilizando a lousa digital finalizando assim o encontro.

Encontro 14: Atividade diagnóstica avaliativa sobre divisão.

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Avaliar aprendizagem dos alunos sobre operações de divisão.

Objetivos específicos: Identificar níveis de domínio sobre operações com divisão.

Recursos didáticos: Atividade impressa

Desenvolvimento metodológico: Neste encontro, foi aplicada uma atividade diagnóstica avaliativa da operação básica – divisão, abordada nos encontros anteriores. A turma foi organizada em filas como é feito nas aplicações de avaliações bimestrais. Em seguida, foi entregue a cada aluno a folha da atividade avaliativa com questões simples envolvendo operações e situações problemas com divisão. Foi dado tempo de 40 minutos para realização da atividade.

Encontro 15: Resolução de problemas envolvendo as quatro operações básicas.

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Revisar e exploração as operações básicas através de resolução de problemas

Objetivos específicos: Aprofundar conhecimentos adquiridos sobre as operações básicas

Recursos didáticos: Lousa digital e cadernos.

Desenvolvimento metodológico: No penúltimo encontro, foi desenvolvida uma atividade com a turma afim de observar a reação dos alunos diante de simples situações problemas envolvendo as quatro operações básicas da matemática através de atividade exposta na lousa digital. Em seguida, foi realizada correção da atividade de forma coletiva e participativa com os alunos utilizando também a lousa digital finalizando assim o encontro.

Encontro 16: Diagnóstico II das operações básicas: Adição, subtração, multiplicação e divisão.

Duração: 50 minutos

Objetivo Geral: Avaliar conhecimentos adquiridos dos alunos sobre as operações básicas e identificar possíveis avanços de aprendizagem sobre quatro operações.

Objetivos específicos: diagnosticar percentuais de domínio das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Recursos didáticos: Quadro branco, pincel, folhas de diagnóstico

Desenvolvimento metodológico: No último encontro, foi realizado um segundo diagnóstico sobre as quatro operações básicas. A turma foi organizada em filas como se fosse aplicação de uma avaliação bimestral. Orientações oral sobre o diagnóstico foram dadas e exposição no quadro branco também foram dadas com relação a data e tempo da atividade. Em seguida, foi entregue a cada aluno uma folha do diagnóstico composto de questões simples envolvendo as quatro operações e dado tempo de 40 minutos para realização.

2. RESULTADOS

Nesta seção, consta a descrição dos resultados colhidos nos dois diagnósticos realizados sobre as operações básicas, o *diagnóstico I,* realizado no primeiro encontro no início da pesquisa e o *diagnóstico II* realizado no último encontro. Também foi apresentado resultados preliminares do *SPAECE 2022* da rede municipal aplicado em todo estado do Ceará.

a. Resultados dos Diagnósticos I e II sobre as operações básicas

O *diagnóstico I* foi elaborado e composto por 4 contas de cada uma das quatro operações básicas de acordo o nível de cada turma, aplicado no dia 21 de junho de 2022. O tempo utilizado para o diagnóstico foi de 1 aula.

O *diagnóstico II* foi aplicado dia 24 de novembro de 2022 e composto por duas questões, a primeira composta por alguns itens com continhas sobre as operações básicas para armar e resolver, já a segunda questão foi composta por alguns itens de situações problemas envolvendo as operações básicas.

Foi observado os avanços conforme descritos abaixo e apresentados na Figura 3 a seguir:

9°ANO - A: 30 ALUNOS PARTICIPANTES

- Antes 38,7% dominavam todas as operações, agora 70%;
- Antes 9,6% dominavam somente adição, subtração e multiplicação, agora 27%;
- Antes 25,8% dominavam somente adição e subtração, agora 3,0%;
- Antes 22,5% dominavam somente adição, agora 0%;
- Antes 6,4% não dominavam nenhuma operação, agora 0%.

Figura 3 – Comparativo de Resultados nos Diagnósticos I e II



Fonte: Próprio autor

b. Resultados Preliminares do Spaece 2022 – (9º ano)

A avaliação SPAECE é composta por 52 itens, sendo 26 voltados a avaliação da aprendizagem da língua portuguesa e outros 26 itens destinados a avaliar a aprendizagem matemática. Especificamente sobre os itens voltados a matemática todos eles têm o objetivo de avaliar a aprendizagem dos alunos sobre determinadas habilidades matemáticas específicas pertencentes a matriz de referência de matemática do 9º ano do SPAECE.

O SPAECE 2022 do 9º ano foi aplicado no dia 01 de dezembro de 2022 em todas redes municipais de ensino do estado do Ceará. O tempo utilizado para sua realização foi de duas horas e 10 minutos, com tempo médio de aproximadamente de 1h para cada área de conhecimento avaliada.

Segue abaixo os resultados preliminares do Spaece 9º ano obtidos na rede municipal de Aracati e na escola Domingos Costa Teobaldo:

Figura 4 – Resultados Preliminares do SPAECE 9º ano - 2022 – ARACATI

Resultados Preliminares do SPAECE 9º ano - 2022 - SME ARACATI

Polo	Escola	Participação				Língua Portuguesa					Matemática				
		Base Censo	Previsto	presente	participação	Proficiência	% Adequado	% Intermediário	% Crítico	% Muito Crítico	Proficiência	% Adequado	% Intermediário	% Crítico	% Muito Crítico
1	COLEGIO MUNICIPAL	105	97	97	1,00	266,67	24,74	46,39	17,53	11,34	255,43	6,19	31,96	36,08	25,77
	RAIZES E ASAS	45	46	46	1,00	260,61	15,22	50,00	21,74	13,04	245,19	4,35	21,74	36,96	36,96
	GERCINA NEPOMUCENO	55	50	47	0,94	226,38	12,00	40,00	28,00	28,00	215,58	6,00	14,00	30,00	38,00
	MARCELINO CHAMPAGNAT	99	94	94	1,00	294,43	47,87	36,17	13,83	2,13	268,07	8,51	38,30	36,17	17,02
	REGIS BERNARDO DE SOUZA	105	102	101	0,99	265,80	27,45	41,18	24,51	6,86	239,71	1,96	20,59	40,20	37,25
2	ADOLFO CAMINHA	23	22	22	1,00	256,09	9,09	59,09	4,55	27,27	258,55	4,55	36,36	27,27	31,82
	APOLINÁRIO JOAQUIM MONTEIRO	28	27	27	1,00	247,67	11,11	48,15	33,33	3,70	238,63	3,70	25,93	22,22	44,44
	FRANCISCO AMARAL LIMA	53	51	51	1,00	310,98	66,67	27,45	5,88	0,00	326,96	56,86	33,33	3,92	3,92
	JOSÉ BERNARDO DE SOUZA	22	20	20	1,00	249,20	20,00	40,00	15,00	25,00	243,70	10,00	25,00	20,00	45,00
	MOISÉS MARQUES	25	24	24	1,00	262,83	16,67	45,83	25,00	12,50	257,88	4,17	33,33	33,33	29,17
	SAO FRANCISCO	38	36	34	0,94	226,53	11,11	30,56	30,56	27,78	212,67	0,00	19,44	25,00	55,56
3	ANTONIETA CALS	46	47	47	1,00	271,74	25,53	46,81	25,53	2,13	270,26	14,89	27,66	42,55	14,89
	ANTONIO PONCIANO DA COSTA	26	22	22	1,00	237,95	18,18	27,27	22,73	31,82	244,68	9,09	22,73	22,73	45,45
	HERIBERTO PORTO	16	15	15	1,00	267,87	20,00	53,33	20,00	6,67	268,07	13,33	33,33	40,00	13,33
	RAIMUNDO SILVERIO FILHO	16	14	14	1,00	266,50	21,43	57,14	14,29	7,14	266,93	7,14	42,86	28,57	21,43
	ZE MELANCIA	50	48	47	0,98	261,67	25,00	35,42	33,33	6,25	252,19	6,25	25,00	39,58	27,08
4	ANTONIO MONTEIRO	79	72	71	0,99	250,69	22,22	36,11	20,83	19,44	248,24	8,33	25,00	34,72	30,56
	DOMINGOS COSTA TEOBALDO	32	29	29	1,00	301,17	55,17	34,48	10,34	0,00	314,17	44,83	44,83	6,90	3,45
	FRANCISCO FERNANDES FILHO	20	20	20	1,00	249,55	15,00	45,00	15,00	25,00	261,60	10,00	30,00	30,00	30,00
	VIRGINIA RODRIGUES UCHOA	27	25	24	0,96	225,40	4,00	32,00	36,00	24,00	221,64	0,00	12,00	40,00	44,00
5	JOSE BEZERRA FILHO	19	21	21	1,00	266,52	38,10	23,81	19,05	19,05	265,90	14,29	38,10	19,05	28,57
	MARGARIDA GONDIM	31	26	25	0,96	237,31	11,54	42,31	30,77	11,54	231,88	3,85	11,54	30,77	50,00
	POMPEU COSTA LIMA FILHO	20	21	21	1,00	279,90	38,10	38,10	23,81	4,76	249,05	4,76	19,05	52,38	23,81
23	MUNICIPIO - ARACATI	980	929	919	0,99	260,15	24,18	40,72	21,37	13,71	254,56	10,57	27,48	30,37	30,33

Fonte: Secretaria Municipal de Educação de Aracati

A tabela apresentada na figura 4 acima mostra os resultados preliminares do SPAECE 2022 – 9º ano com as médias de proficiência das instituições escolares que compõe a rede municipal de Aracati. Dentre as informações indicadas, destacamos as proficiências médias em matemática da Escola Domingos Costa Teobaldo e da rede municipal cujas mesmas foram de 314,7 e 254,56 respectivamente. Isto significa que o rendimento da escola superou o rendimento médio da rede municipal em mais de 60 pontos na proficiência de matemática para esta etapa de ensino. Assim, o 9º ano da escola recebe como classificação no padrão de desempenho SPAECE o nível “Intermediário”

em relação a aprendizagem matemática, já a rede municipal recebe como classificação do padrão de desempenho SPAECE o nível “Crítico”.

Ainda sobre os resultados apresentados, destaca-se também o rendimento da escola Domingos Costa Teobaldo em relação ao rendimento das outras 22 instituições escolares da rede municipal de Aracati, tendo em vista que quando compara-se os rendimentos obtidos por todas 23 escolas participantes no SPAECE 2022, a mesma ficou como a segunda melhor no rendimento geral da rede, ficando abaixo apenas da Escola Francisco Amaral Lima na qual obteve 326,96 pontos na proficiência em matemática garantido assim a primeira posição no ranking de médias SPAECE das escolas da rede municipal de Aracati.

c. Histórico dos resultados SPAECE - 9º ano em Aracati

Na figura 5 é apresentada uma tabela contendo o histórico dos rendimentos médios obtidos nas avaliações (SPAECE – 9º ano) das unidades escolares da rede municipal de Aracati indicando as proficiências em língua portuguesa e matemática de 2008 a 2019.

Figura 5 – Histórico dos resultados SPAECE - 9º ano por escola - Aracati

MUITO CRÍTICO Por: até 200 Mat: até 225 | CRÍTICO Por: 200 – 250 Mat: 225 - 275

Histórico dos resultados SPAECE - 9º ano - 2008 a 2019 - ARACATI

INTERMEDIÁRIO Por: 250 – 300 Mat: 275 - 325 | ADEQUADO Por: 300 acima 375 Mat: 325 acima 400

ESCOLA	Língua Portuguesa										Matemática									
	2008	2010	2011	2012	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2008	2010	2011	2012	2014	2015	2016	2017	2018	2019
ADOLFO CAMINHA EEF	235,66	236	238,4	222,6		253,6	253,5	266,8		257,4	233,06	233,1	236,8	209,2		232,7	240,6	228,8		256,0
ANTONIETA CALS EEF	235,98	236	246,7	227	264,7	266,3	289,0	278,8	273,0	278,5	229,1	234,2	249,9	240,9	268,8	272,1	304,3	266,5	272,3	282,1
ANTONIO MONTEIRO EEF PROFª	220	221,1	235,1	230,3	257,0	264,0	263,3	258,3	260,9	262,8	211,1	232,2	232,0	228,8	257,8	256,4	263,5	248,0	254,7	253,0
ANTONIO PONCIANO DA COSTA EEF	204,58	185,6	198	210,6	231,4	238,8	248,7	246,8	249,0	251,1	211,1	217,5	220,1	214,8	239,8	238,3	250,0	237,9	241,6	250,9
APOLINARIO JOAQUIM MONTEIRO EEF	194,12	182,4	203,0	211,2	251,6	227,8	235,7	227,5	242,6	241,0	206,1	203,8	216,1	208,2	244,4	211,8	225,2	230,3	236,5	233,3
ARACATI COL MUNICIPAL	232,43	211	233,4	231,1	239,7	240,8	245,7	239,6	264,2	251,5	241,6	214,3	244,3	236,0	238,5	232,2	239,8	236,4	252,4	242,2
CENTRO EDUCACIONAL RAIZES E ASAS EEF	221,41	205,4	218,1	208,4	240,6	230,3	265,6	250,2	253,8	252,6	233,6	224,1	242,9	219,8	231,0	222,8	245,3	245,0	233,7	243,2
DOMINGOS COSTA TEOBALDO EEF	192,78	202,6	210,2	217,8	226,3	243,8	262,4	269,9	270,1	260,0	206,1	203,3	219,4	220,1	234,1	244,6	249,6	253,8	261,4	248,6
EDMAR SENA EEF	202,02	231,6	206,2	217,2	264,6	232,3	244,1	262,0	252,7	257,3	208,3	233,7	211,6	223,2	241,7	238,5	239,0	225,6	267,4	241,9
FRANCISCO AMARAL LIMA EEF	215,78	205,4	225,4	238,3	261,9	248,1	293,5	283,6	279,5	302,1	229,4	211,5	239,1	241,9	275,6	258,7	340,0	356,9	325,8	336,9
FRANCISCO FERNANDES FILHO EEF	237,2	200,3	210,8	211,1	241,6	241,7	251,0	254,9	269,8	268,8	247,8	211,5	238,6	225,9	242,2	244,4	237,0	246,0	251,2	248,3
FRANCISCO NOGUEIRA CAVALCANTE EEF	206,5	205	211,4	205,6	245,8						224,4	215,9	221	231,0	262,6					
GERCINA NEPOMUCENO EEF PROFª	209,8	201,4	191,1	202	226,8	248,3	258,6	259,9	252,1	253,0	213,9	218,1	206,6	208,6	229,9	231,5	244,2	236,8	251,5	253,7
HERIBERTO PORTO EEF		195,9	190,6	195	232,4	231,5			283,9	265,5		211,7	196,5	213,6	258,9	230,1			266,5	263,0
JOSE BERNARDO DE SOUSA EEF	206,64	216,3	210,1	225,9	249,9	253,6	263,5	276,4	265,2	260,3	206,3	220,1	206,7	233,6	238,8	254,4	256,5	254,2	250,7	256,3
JOSE BEZERRA FILHO EEF	190,46	221	214,3	240,6	251,4	251,1	219,5	246,2	249,6	267,8	206,1	231,0	216,1	235,0	242,7	241,8	232,1	244,8	226,4	284,8
JOSÉ ROCHA GUIMARAES EEF			181,9	193,1		182,5	228,7	254,2		215,9			206,6	208,1		186,3	225,7	228,9		215,9
MARCELINO CHAMPAGNAT EEF SAO		252,9	240,1	265,2	269,7	269,8	290,0	296,1	295,8	294,0		269,9	252,0	269,5	277,7	279,7	295,8	287,7	292,6	266,6
MARGARIDA GONDIM EEF	190,46	203,7	193,1	208,1	229,4	232,1	255,0	241,3	247,8	230,3	213,9	213,5	203,6	227,7	230,4	240,8	244,5	233,1	243,9	229,1
MOISES MARQUES EEF			186,1	210,2	234,3	246,8	251,9	242,4	290,0	269,5			201,2	211,2	235,2	242,9	243,3	237,8	270,8	254,4
POMPEU COSTA LIMA FILHO EEF			191,1	216,9	220,2	228,1	240,8	249,5	269,5	253,6			218,2	207,7	207,0	242,8	239,6	232,9	245,4	245,3
RAIMUNDO SILVERIO FILHO EEF			225,9	213,3	236,5								226,9	202,2	224,8					
REGIS BERNARDO DE SOUZA EEF PROFª	216,49	205,4	221,1	253	254,3	254,6	253,8	262,7	266,2	261,4	211,4	229,6	227,4	257,4	256,7	245,9	244,1	249,9	255,4	251,2
SAO FRANCISCO EEF	187,46	197,8	201,2	186	211,3	241,6	251,8	243,9	224,1	257,1	195,6	207,0	197,1	201,2	210,7	215,2	236,2	227,1	227,2	249,7
VIRGINIA RODRIGUES UCHOA EEF	181,7	199	186,1	205	232,9	235,6	236,3	210,2	236,5	250,5	200,8	207,0	206,1	214,8	226,8	241,5	285,1	254,3	245,6	236,2
ZE MELANCIA EEF	213,14	209,3	212,3	223,2	236,9	249,2	255,8	262,9	261,8	255,0	225,0	211,1	235,9	233,8	247,8	234,9	274,4	262,7	266,2	250,1
Aracati- Rede Municipal	213,62	211,95	217,4	228,5	243,4	249,2	259,6	260,8	265,1	265,0	222,0	223,8	227,4	233,1	243,8	248,7	259,6	254,6	262	256,9
Ceará - Estado	219,4	220,96	227,4	235,4	239,1	243,8	250,3	257,1	261,8	263,6	222,5	231,6	235,9	242,0	241,6	247,3	252,8	254,8	261,7	263,4

Fonte: Secretaria Municipal de Educação de Aracati

Conforme os dados indicados acima, observa-se que a rede municipal de Aracati mesmo tendo enfrentando dificuldades para superar os baixos índices de aprendizagem matemática apontados nas avalições SPAECE desde o ano de 2008, apresenta um leve crescimento em relação aos seus aproveitamentos em matemática no decorrer dos anos, uma vez que, obteve em 2008 uma

proficiência média em matemática de 222,0 pontos, e chega em 2019 com uma proficiência média de 256,9 pontos.

A Escola Domingos Costa Teobaldo também apresenta um leve crescimento em relação aos seus aproveitamentos de matemática no SPAECE. Com o passar dos anos conforme mostra os resultados da Figura 5, mesmo com rendimentos anuais um pouco abaixo dos rendimentos da rede municipal, a escola iniciou em 2008 com rendimento de 203, 0 pontos e chegou em 2019 com rendimento médio de 248,6 pontos na proficiência em matemática.

Assim, ambos os resultados comparados recebem como classificação no padrão de desempenho SPAECE o nível muito crítico no ano de 2008, e chegam em 2019 após 11 anos decorridos com a classificação de nível crítico na proficiência em matemática.

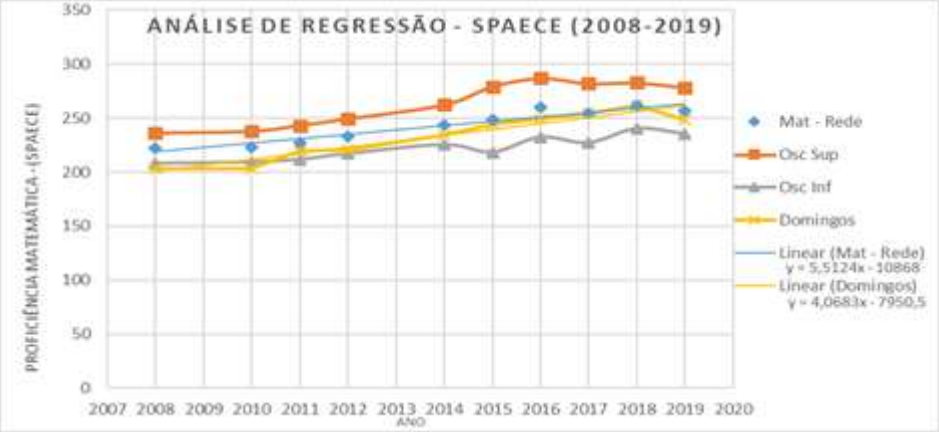
d. Análise dos rendimentos no SPAECE

Diante do que está apresentado em a, b e c da seção 5 desse trabalho pode-se afirmar que proposta mencionada nesta pesquisa merece considerável relevância diante do rendimento obtido no resultado preliminar do SPAECE 2022.

Fazendo um comparativo entre os resultados obtidos no SPAECE Diagnóstico 2022 com os resultados preliminares do SPAECE 2022 obtidos pela mesma turma de 9º ano da escola, observa-se um crescimento considerável de um pouco mais que 69 pontos na proficiência de matemática, isto é, um aumento de 28,4% aproximadamente.

Abaixo será apresentado o gráfico construído por uma análise de regressão ao analisar as médias de proficiência em matemática obtidas na avaliação SPAECE realizadas entre os anos de 2008 a 2019 analisando o desempenho obtido pela rede municipal de Aracati e pela Escola Domingos Costa Teobaldo.

Gráfico 1 – Análise de Regressão sobre a proficiência matemática no SPAECE



Fonte: Próprio autor

A análise de regressão indicada no gráfico acima pelos losangos azuis mostra que a rede municipal ficou abaixo da média estimada nos anos de 2010, 2011, 2012 e 2019. Quanto ao desempenho da Escola Domingos Costa, a análise mostra que seus rendimentos ficaram abaixo da média estimada pela regressão nos anos de 2010 e 2019.

É notório ver no gráfico que em 2018 a média de proficiência matemática no SPAECE da rede municipal e Escola Domingos Costa foram praticamente idênticas.

Conforme as análises de regressões apresentadas no gráfico, suas linhas de tendências e equações obtidas na análise feita, a estimativa para média da rede municipal em 2022 seria de 275,6 pontos na proficiência matemática, já a estimativa para a média na proficiência em matemática da escola em 2022 seria de 278,0 pontos.

Figura 6 – Análise de Regressão Linear realizado no Excel

RESUMO DOS RESULTADOS

Estatística de regressão	
R múltiplo	0,956077
R-Quadrado	0,914083
R-quadrado ajustado	0,903344
Erro padrão	6,545285
Observações	10

ANOVA

	gl	*SQ*	*MQ*	*F*	*F de significação*
Regressão	1	3646,328	3646,328	85,11354	1,54407E-05
Resíduo	8	342,726	42,84075		
Total	9	3989,054			

	Coeficientes	*Erro padrão*	*Stat t*	*valor-P*	*95% inferiores*	*% superior*	*ferior 95,0%*	*perior 95,0%*
Interseção	-10868	1203,367	-9,03135	1,81E-05	-13642,99257	-8093,05	-13643	-8093,05
Variável X 1	5,512356	0,5975	9,2257	1,54E-05	4,134518436	6,890193	4,134518	6,890193

Fonte: Próprio autor

A Figura 6 mostra que a estatística F dos dados asseguram que há uma forte tendência de correlação linear do rendimento médio das escolas em relação ao tempo em anos, dado que, apresentaram valores de parâmetros com significância inferior a 0,05, o que permite validar, veja LAPPONI (2002), tanto a influência da variável explicativa sobre a variável de estudo (estatística F) quanto os coeficientes pesquisados (estatística T), conforme pôde ser visto também na Tabela de análise do Excel.

Assim, o rendimento médio na avaliação SPAECE - 2022 obtido pela rede municipal de Aracati na etapa de ensino do 9º ano cuja média foi de 254,56 pontos na proficiência em matemática fica mais uma vez abaixo da média estimada pela análise. Por outro lado, quanto ao desempenho obtido pela Escola Domingos Costa Teobaldo em relação a mesma avaliação SPAECE – 2022 na mesma etapa de ensino de 9º ano, tem-se que a escola obteve uma proficiência matemática acima da estimada pela análise de regressão, pois atingiu 314,17 pontos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As dificuldades na aprendizagem matemática, principalmente das operações aritméticas podem interferir na aquisição de algumas competências matemáticas e, de certo modo, influenciar futuros processos de cálculo. Uma abordagem diferente, como a utilização da recomposição matemática, revelar-se uma boa estratégia para minimizar as lacunas e defasagens na aprendizagem dos alunos e encaminhá-los para ao conhecimento eficaz das referidas operações e demais habilidades matemáticas.

5.REFERÊNCIAS

ALVES, R. BRITO, R. A importância do jogo no ensino da matemática. 2013. Disponível em: https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/.../Importanciadojogoensinomatematica.p

Acesso em: 10 janeiro. 2023.

ABE, K. Recomposição das aprendizagens no Brasil e no mundo. Cenpec, notícias de educação, São Paulo, 2022. Disponível em: https://www.cenpec.org.br/noticias/recomposicao-aprendizagens-brasil-mundo.

Acesso em: 28 setembro. 2022.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasil: MEC / SEF, 1998. 148 p.

_____. Aprendizagem na educação básica: detalhamento do contexto pré-pandemia. Todos Pela Educação, 2021. Disponivel em: https://todospelaeducacao.org.br/wordpress/wp-content/uploads/2021/09/relatorio-de-aprendizagem.pdf. Acesso em: 13 outubro 2022.

_____. LEI N° 13.005/2014 - Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências, 2014. Disponível em:

https://pne.mec.gov.br/18-planos-subnacionais-de-educacao/543-plano-nacional-de-educacao-lei-n-13-005-2014. Acesso em: 15 dezembro 2022.

COSTA, R. S. Recomposição da Aprendizagem Matemática: uma abordagem através das operações básicas na escola Domingos Costa Teobaldo em Aracati Ceará pós pandemia Covid-19. 2023. 93 f. Dissertação (Mestrado) - PROFMAT, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2023.

_____. Decreto nº 11.079, de 23 de maio de 2022. Institui a Política Nacional para Recuperação das Aprendizagens na Educação Básica. Jus Brasil. Disponível: https://presrepublica.jusbrasil.com.br/legislacao/1510285975/decreto-11079-22#:~:text=Institui%20a%20Pol%C3%ADtica%20Nacional%20para,Ver%20t%C3%B3pico%20(2%20documentos)&text=Bras%C3%ADlia%2C%2023%20de%20maio%20de,Independ%C3%AAncia%20e%20134%C2%BA%20da%20Rep%C3%BAblica. Acesso em: 18 outubro. 2022.

_____. Cenário da Exclusão Escolar no Brasil. Unicef, Abril 2021. Disponivel em: https://www.unicef.org/brazil/media/14026/file/cenario-da-exclusao-escolar-no-brasil.pdf. Acesso em: 25 Setembro 2022.

_____. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

_____. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (Ensino Fundamental). Brasília, DF: MEC/SE, 1998.

CAMPOS, Isabella. Governo do Ceará celebra 30 anos de Spaece na educação pública cearense. Disponível em: https://www.seduc.ce.gov.br/2022/11/10/governo-do-ceara-celebra-30-anos-de-spaece-na-educacao-publica-cearense/. Acesso em: 28 Novembro 2022.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação Matemática: Uma visão do Estado da Arte, São Paulo, 1993 Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1754/10-artigos-ambrosiou.pdf. Acesso em: 05 Dezembro 2022.

D'AMBROSIO, U.. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. In: Educação e Pesquisa, São Paulo, 2005, v. 31, n. 1. p. 99-120.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática, justiça social e sustentabilidade. In: Estudos Avançados 32 (94), São Paulo: 2018. p. 189-204.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

IEDE. Respostas Pedagógicas sobre o Impacto da Pandemia na Aprendizagem dos Estudantes, Disponivel em: https://www.portaliede.com.br/wpcontent/uploads/2022/08/Impacto_Pandemia_Iede_Agosto2022.pdf. Acesso em: 08 janeiro 2023.

LAPPONI, Matemática Financeira Usando Excel - Como Medir Criação de Valor. 2002. LAPPONI EDITORA.

MACCARINI, Justina Motter. Fundamentos e Metodologia do Ensino de Matemática. Primeira reimpressão, 2011. FAEL EDITORA. Curitiba, 2010.

PLATAFORMA CAED. Resultado Spaece Diagnóstico 2022. Disponível: https://avaliacaoemonitoramentoceara.caeddigital.net. Acesso em: 23 setembro 2022.

PLATAFORMA CAED. Matriz de Referência Spaece - MT/EF 5. Disponível: https://avaliacaoemonitoramentoceara.caeddigital.net/resources/arquivos/matrizes/MT/EF_5.pdf. Acesso em: 06 outubro 2022.

PLATAFORMA CAED. Matriz de Referência Spaece - MT/EF 9. Disponível: https://avaliacaoemonitoramentoceara.caeddigital.net/resources/arquivos/matrizes/MT/EF_5.pdf. Acesso em: 06 outubro 2022.

SANTOS, V. Conteudo. Nova escola, 23 mar. 2022. Disponivel em: https://novaescola.org.br/conteudo/20976/o-que-e-recomposicao-de-aprendizagens-e-como-ela-acontece-no-dia-a-dia-das-escolas-publicas . Acesso em: 20 maio 2022.

PLATAFORMA SISPAIC. Resultados Protocolo MAIS PAIC 2022. Disponível em: https://sispaic.seduc.ce.gov.br/sispaic/relatorios/relatorios.jsf. Acesso em: 03 outubro 2022.

Capítulo 4

10.37423/240809218

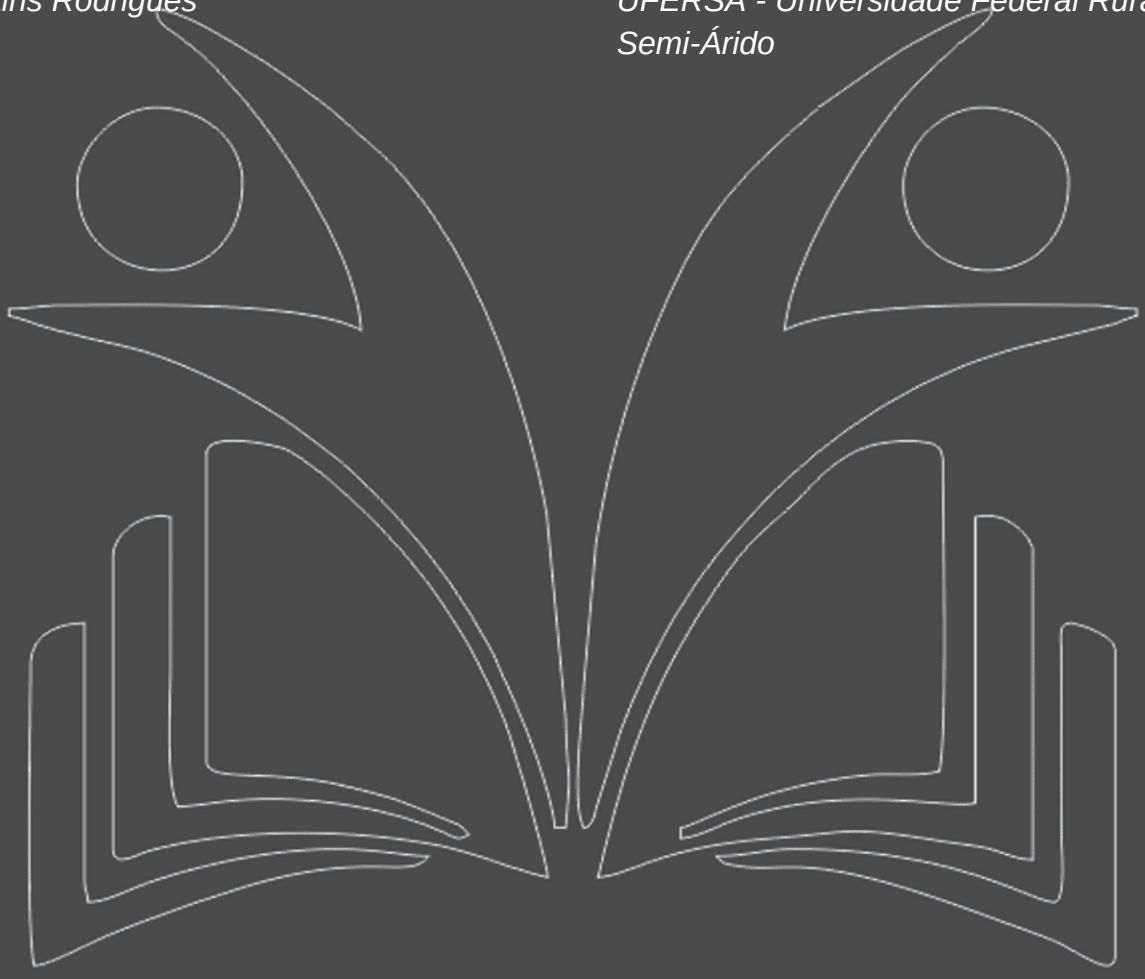
LACUNAS NO APRENDIZADO MATEMÁTICO: UM ESTUDO SOBRE OS CONCEITOS DO ENSINO FUNDAMENTAL II QUE DEMANDAM APRENDIZADO NO ENSINO MÉDIO

Antônio Neudvam Bandeira Lima

EEMTI Arsênio Ferreira Maia - Limeiro do Norte - CE

Walter Martins Rodrigues

UFERSA - Universidade Federal Rural do Semi-Árido



Resumo: Neste capítulo abordamos o tema de bases de conhecimentos, a partir da dissertação de mestrado do primeiro autor durante o mestrado em Matemática cursado na UFERSA. Sabemos que muitos estudantes ingressam no Ensino Médio com dificuldades na disciplina de matemática, o que agrava a situação, sobretudo no desenvolvimento de novos conteúdos nessa área. O objetivo desse trabalho foi identificar e recompor um conteúdo de Matemática do Ensino Fundamental II que os alunos do Ensino Médio possuíam maior dificuldade. Através de uma avaliação diagnóstica, analisou-se os assuntos mais defasados, e selecionou-se um deles com o intuito de trabalhar uma recomposição de aprendizagem. O assunto de equação do segundo grau foi trabalhado, inicialmente, fazendo um breve passeio pela construção histórica do mesmo. Em seguida, foi explanado o conteúdo utilizando ferramentas tecnológicas digitais como softwares matemáticos, para promover curiosidade e interação. Adiante, foi utilizado materiais concretos para revisitar e fixar conceitos e resoluções do tema escolhido. Empregada essa mescla de metodologias, foi possível recompor esse conteúdo de maneira mais dinâmica e envolvente, dessa forma, atingindo a maior quantidade de alunos. Após a aplicação de uma avaliação de verificação de conteúdo, foi realizada uma comparação entre os resultados das duas avaliações, o que permitiu concluir que a metodologia apresentou resultados positivo, com um aumento percentual significativo. Isso demonstra que a abordagem tem um impacto significativo na forma como o aluno constrói o seu conhecimento. Ao combinar diversas ferramentas e a interdisciplinaridade, é possível aprimorar a qualidade das aulas, o que resulta em uma aprendizagem mais significativa.

Palavras-chave: Lacunas de aprendizagem. Recomposição de aprendizagem. Metodologias.

1. INTRODUÇÃO

A pesquisa teve uma base no chão da escola, o primeiro autor atua como professor na rede pública do Ceará, mais precisamente na EEMTI Arsênio Ferreira Maia, uma Escola de Ensino Médio em tempo integral da cidade de Limoeiro do Norte. Uma vez que muitos estudantes ingressam no Ensino Médio – EM com a ideia de que a disciplina de matemática é mais complexa, tendo em vista o nível de dificuldade das outras matérias apresentadas. Essa percepção, muitas vezes, é consequência da dificuldade de compreender a disciplina. As lacunas de aprendizado que esses alunos apresentam afetam o seu relacionamento com a disciplina.

É possível identificar vários problemas no aprendizado em matemática, estando entre eles a falta de fundamentos sólidos, a baixa expectativa em relação a disciplina por parte dos alunos, as metodologias de ensino não otimizadas, a dificuldade de visualização de conceitos abstratos, e a falta de aplicação prática dos conteúdos. Estes são fatores que influenciam diretamente a motivação e o aprendizado dos alunos.

Na intenção de melhorar o entendimento e facilitar o processo de aquisição da informação para a construção de conhecimentos matemáticos, esse trabalho visa identificar os conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental II – EF II que os alunos ainda não dominam, para que seja feita uma recomposição de aprendizagem.

Metodologicamente falando, inicialmente foi selecionada uma turma de 1ª Série da Escola de Ensino Médio em Tempo Integral – EEMTI Arsênio Ferreira Maia da cidade de Limoeiro do Norte no estado do Ceará, para ser aplicada uma avaliação diagnóstica (Anexo I) contendo conteúdos de matemática que são trabalhados no EF II. O intuito foi trabalhar na identificação dos principais assuntos que os alunos menos dominam.

Em um segundo momento, foi selecionado um dos conteúdos com menor aprendizado para ser explanado. A contextualização histórica deu uma base para essa explicação. A utilização de ferramentas digitais também foi empregada, bem como o uso de materiais concretos, tanto para a revisão quanto para a fixação de conceitos, resolução de problemas, e aprofundamento do conteúdo.

Posteriormente, para analisar se ocorreu a recomposição do conteúdo, foi aplicada uma avaliação de verificação de conteúdo (Anexo II). Desta forma, o trabalho propôs trazer formas distintas de abordar um conteúdo de matemática, fazendo o uso da interdisciplinaridade, tentando envolver os alunos com

diferentes estratégias, proporcionando o engajamento destes, para que houvesse a facilitação do processo de construção desses conhecimentos.

2. DISCUSSÃO TEÓRICA

2.1 A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

A formação do professor de Matemática é de suma importância, pois exerce uma influência direta no estilo de ensino da disciplina. Neste capítulo, trataremos da educação superior e das perspectivas de Paulo Freire em relação à formação de professores de Matemática.

A matemática ensinada no ensino superior possui algumas diferenças daquela apresentada na educação infantil, fundamental e médio. Isto se deve ao fato de que, na universidade, o conhecimento é criado, desenvolvido e definido como deve ser ensinado nas escolas. Na escola, esse conhecimento é transformado de forma a facilitar sua compreensão e disseminação (Chevallard, 1991).

É crucial ter em mente que um professor não nasce do nada. Ele é construído ao longo de sua vida, desde o primeiro ano do ensino fundamental até o curso de licenciatura, evoluindo ao longo da sua trajetória docente. Assim como diz Paulo Freire em “Professora sim, tia não: cartas para a quem ousa ensinar”: “O ensinante aprende primeiro a ensinar, mas aprende a ensinar ao ensinar algo que é reaprendido por estar sendo ensinado” (Freire, 1997, p. 19).

No curso de Licenciatura em Matemática, é possível aprofundar os conhecimentos e desenvolver mais habilidades para que um aluno se torne um professor. A necessidade de entender determinados conteúdos de algumas disciplinas, tanto do EF II quanto do ensino superior, é fator motivador para o desenvolvimento de pesquisa, e criação de materiais e estratégias que facilitam o processo de construção do conhecimento envolvendo determinados assuntos da Matemática.

As disciplinas pedagógicas proporcionam uma nova visão para os alunos dos cursos de licenciatura. A capacidade de repassar as informações aos alunos é essencial para contribuir com a construção de seus conhecimentos. Possuir habilidades para ajudar a construir o conhecimento junto aos alunos é algo fundamental para qualquer educador. De acordo com Paulo Freire em Pedagogia da Autonomia é destacado:

> O que me interessa agora, repito, é alinhar e discutir alguns saberes fundamentais à prática educativo-crítica ou progressista e que, por isso mesmo, devem ser conteúdos obrigatórios à organização programática da formação docente (Freire, 2002, p. 11)

Um aluno de graduação que atua como professor, seja no EF II ou no EM, terá uma experiência capaz de proporcionar uma visão mais ampla sobre o que é aprendido na universidade, e o que se vivência em sala de aula, uma vez que este discente poderá fazer aplicações das metodologias aprendidas nas disciplinas didáticas.

A escola tem uma função devidamente relevante quanto na universidade, uma vez que a maneira como o professor ensina influência e é influenciado pelo modo como a matemática se desenvolve como ciência (Chevallard, 1991).

O conhecimento matemático acumulado é algo interessante, mas sua aplicação e contextualização com a realidade do aluno nem sempre é possível. Construir materiais para tornar conhecimentos abstratos da matemática em algo tangível, por parte dos alunos, é ensinado em todo curso de Licenciatura em Matemática.

Contudo, na prática, parte disso, não se torna realidade, porque cada aluno aprende de maneira única, associando seu vocabulário, contexto social e experiência de vida nesse processo de construção dos seus saberes. A compreensão de que não basta ter uma ou duas técnicas para explicar determinados assunto é crucial para o progresso de qualquer professor.

O termo “Educador” e o termo “Professor” podem ser confundidos como sinônimos, mas existem diferenças, e é importante saber distinguir. De acordo com o artigo Professor ou Educador: limites e desafios:

> o professor é um instrutor que transmite os conteúdos técnicos objetivando um aprendizado profissional e uma função social para os indivíduos; enquanto o educador é um ser vocacionado que transmite valores, reinventa metodologias, divide e aprende com a troca de experiências dentro do contexto que se insere (Nogueira et al., 2014, p.3)

O educador orienta o pensamento do aluno em relação ao objeto de estudo. Fomentar o pensar matemático é um dos grandes objetivos do Educador Matemático. Com as disciplinas de Laboratório de Ensino de Álgebra, Laboratório de Ensino de Geometria, Laboratório de Ensino do uso de Novas Tecnologias e Laboratório de Pesquisa em Educação Matemática, do curso de Licenciatura em Matemática, é possível reunir conhecimento técnico para aprimorar as metodologias de ensino do graduando.

Isso, aliado ao fato de o aluno estar em sala de aula, podendo moldar e reformular essas técnicas, aumenta significativamente o impacto que essas disciplinas têm na formação de qualquer professor de Matemática. Compreende-se que o mais importante do que ler e falar sobre essas técnicas, é pôr

em prática. Como enfatizou Paulo Freire “é fundamental diminuir a distância entre o que se diz e o que se faz, de tal forma que, num dado momento, a tua fala seja a tua prática” (Freire, 2002, p. 61).

Assim, cabe destacar que as três disciplinas de Estágio Supervisionado do curso de Licenciatura não são suficientes para que o graduando se torne um bom professor/educador. Elas são, de fato, importantes, mas estão aquém do que seria realmente o mínimo. O que pode acontecer dentro de uma sala de aula não pode ser totalmente listada em livros, revistas ou artigos, como um manual de como conduzir sua aula caso determinadas situações ocorram. Utilizando a analogia da cozinha, como diz Paulo Freire em Pedagogia da Autonomia:

> O ato de cozinhar, por exemplo, supõe alguns saberes concernentes ao uso do fogão, como acendê-lo, como equilibra para mais, para menos, a chama, como lidar com certos riscos mesmo remotos de incêndio, como harmonizar os diferentes temperos numa síntese gostosa e atraente. A prática de cozinhar vai preparando o novato, ratificando alguns daqueles saberes, retificando outros, e vai possibilitando que ele vire cozinheiro (Freire, 2002, p. 11).

A prática docente transforma o professor em educador, e um aluno pode ser professor, mas não somente porque foi aluno em grande parte de sua vida. A posição de professor em sala de aula é bastante distinta da de aluno, não somente pelo conhecimento acadêmico da disciplina, mas também pela responsabilidade que seu papel implica. Afinal, o professor também aprende com os seus alunos ao compartilhar essas informações.

Como já foi mencionado, cada aluno aprende de forma diferente, e ao refletir sobre esses aspectos, como educadores, torna-se crucial buscar novos métodos de abordagem dos conteúdos que serão repassados, de modo a facilitar o processo de construção do conhecimento dos alunos.

Criar mecanismos para que possamos ensinar de forma que todos aprendam é um desafio, mas usar técnicas e ferramentas para atingir um maior número de alunos é, sem dúvida, algo que muitos professores têm procurado. De acordo com as respostas dos professores pesquisados no trabalho “Tecnologias digitais como recurso auxiliar no processo de ensino aprendizagem: um estudo acerca de seu uso pelos professores da educação básica”, “[...] as tecnologias possam ser aderidas as aulas na medida que os professores percebem as possibilidades de seu uso como complemento e auxílio para suas aulas” (Lima, 2018, p.21).

A partir de reflexões sobre o mesmo trabalho é possível identificar quais eram os meios tecnológicos digitais mais utilizados pelos professores em sala de aula, e quais os principais desafios enfrentados por eles na escola em que atuam (Lima, 2018, p. 22).

A não utilização de outras metodologias de ensino podem causar aversão a disciplina. “Na disciplina de Matemática, são muito comuns aulas tradicionais, seguidas de teorias, exemplos e exercícios, e fazendo uso de um único recurso que é o livro didático” (Xavier, 2014, p.01). Nos trabalhos analisados, é possível identificar que, ao mesclar as metodologias, e as ferramentas como o quadro, o pincel, o computador, o Datashow, softwares dinâmicos, jogos e materiais concretos de forma coerente, a maioria dos alunos desenvolve seus conhecimentos matemáticos. No que Xavier propôs como atividade em seu artigo, podemos visualizar que:

> Com tal atividade foi possível mesclar esta metodologia tradicional à uma outra metodologia muito importante nos dias de hoje em que os meios de comunicação, informatização e socialização predominam no mundo dos estudantes, que é o uso das TIC’s, para que assim seja possível elaborar aulas que motivem os alunos e despertem o raciocínio lógico e a interação em grupo, que possibilita a troca de conhecimentos entre os próprios alunos, sem abrir mão do enfoque nos conceitos e definições, despertando o interesse e consequentemente a permanência destes alunos em sala de aula (Xavier, 2014, p. 02).

A ideia é trabalhar com apoio destas tecnologias no sentido de fortalecer os conceitos (Jardinelle, 1987). Dado que a proposta não se limita a reproduzir a imagem no quadro, mas sim a utilizar todo o potencial da ferramenta com o objetivo de gerar conhecimento de uma maneira diferente.

2.2 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

A aprendizagem matemática exerce um papel fundamental no desenvolvimento cognitivo e intelectual das pessoas, sendo essencial para a formação educacional e profissional do indivíduo. Neste tópico, é possível identificar algumas considerações importantes relacionadas ao processo de aprendizagem matemática, evidenciando a importância do ensino eficaz e abordagens pedagógicas diferentes.

2.2.1 A CONSTRUÇÃO EM ESCADA

Ao estudarmos a matemática, temos a oportunidade de nos depararmos com diversos tópicos que estão intimamente relacionados, desde conceitos básicos de definições na geometria, abordados no EF I, até conteúdo mais avançados, como os de trigonometria, abordados no EM. Entender que alguns conteúdos da matemática são construídos em um formato de escada é fundamental para compreender uma das dificuldades da aprendizagem dessa disciplina, visto que para subir em um novo degrau é necessário que o anterior esteja bem alicerçado. Esse não é um fator limitante para o

aprendizado de novos conteúdos, mas algumas sequências para a aquisição de alguns conteúdos são mais interessantes, uma vez que o aluno pode ter um aprendizado significativo.

Jerome Bruner diz que:

> o conhecimento adquirido é mais útil para alguém que está aprendendo quando ele é descoberto por meio dos esforços cognitivos do próprio indivíduo que está aprendendo, pois, dessa forma, ele é relacionado ao que se conhecia antes e utilizado em referência a isto. Tais atos de descoberta são enormemente facilitados pela estrutura do próprio conhecimento, pois não importa quão complicada seja uma área de conhecimento, a mesma pode ser representada por formas que a tornam acessível por meio de processos menos complexos e elaborados (Bruner, 2001, p. 9).

Quando o aluno está no nível básico Ensino Fundamental I - EF I, estudando a aritmética, ele deve aprender sobre as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), envolvendo apenas o conjunto dos números naturais (0, 1, 2, 3, ...). Em seguida, no EF II, essas operações se estendem para o conjunto dos números inteiros (quando envolve os números negativos), o conjunto dos números racionais (números na forma decimal e fracionária), bem como as ordens das operações. Já na álgebra, ele deve conhecer expressões algébricas simples (surgimento de letras para representar valores desconhecidos), resolução de equações lineares (expressões algébricas com igualdade), e inequações básicas (expressões algébricas com desigualdades).

É fundamental saber o significado das letras, para que juntas possam formar as sílabas, e, em seguida formar palavras, frases, parágrafos, textos e livros. Do mesmo modo, podemos perceber que para o aluno saber sobre equações é importante que ele saiba sobre as ordens de operações. Mesmo que o aluno saiba qual a ordem correta na resolução, é imprescindível que ele saiba efetuar as operações básicas. Então esses conteúdos necessitam ser trabalhados de maneira ordenada, para que faça sentido para o aluno.

De acordo com Jerome Bruner, os processos menos complexos são justamente explanar os conteúdos matemáticos de maneira hierarquizada, expondo formas mais simples para que o aluno possa ter um bom entendimento no aprofundamento daquele conteúdo. Esses conteúdos básicos servem de ponto de partida para outros conhecimentos. A compreensão das formas geométricas, como triângulos e retângulos, é fundamental para compreender os conteúdos da geometria métrica espacial. Afinal, não é possível distinguir um prisma de uma pirâmide sem saber a diferença entre triângulos e retângulos, uma vez que o prisma é um sólido geométrico que tem faces planas, nas quais as fazes laterais são retângulos e as duas bases são paralelas. Já uma pirâmide é um sólido geométrico delimitado por faces planas, na qual suas faces laterais são triângulos e possui apenas uma base.

Para efetuar o cálculo do volume de um sólido geométrico, é necessário conhecer as formas das faces, bem como o conhecimento de das fórmulas de área de figuras planas. As unidades de medida de comprimento são fundamentais para tais fins, e saber as transformações entre elas se faz necessário em inúmeros momentos. Esses conhecimentos necessitam de conceitos, e outros saberes anteriores para que seu entendimento seja possível. Isso reforça a ideia de que alguns conteúdos devem ser apresentados de forma hierárquica dentro da matemática.

Observe a seguinte situação: imagine que uma pessoa está trancada em um quarto de uma casa. A casa também está trancada. A chave que abre a porta do quarto é diferente da chave que abre a porta da casa. Essa pessoa possui as duas chaves, mas não sabe qual delas é a do quarto e qual delas é a da casa. Essa pessoa tem apenas uma chance para tentar abrir a porta do quarto.

É nessa situação que muitos alunos se encontram no EM, uma vez que eles possuem inúmeras fórmulas memorizadas, mas não sabem qual usar. E, muitas delas necessitam de outros conhecimentos para poderem ser usadas. Por isso, desenvolver uma sequência lógica no ensino de alguns conteúdos da matemática permite que os alunos possam progredir na construção de novos conhecimentos. Essa é uma maneira para que o aluno possa identificar qual a chave que abre a porta do quarto.

2.2.2 A CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA COMO FERRAMENTA DE ENSINO

Durante muitos anos de ensino, escuta-se alguns tipos de perguntas oriundas dos alunos do EF, tais como: “Onde iremos utilizar isso?”, “Para que serve esse conteúdo?”, “Porque estudar essa matéria?” e “Em qual parte da minha vida irei precisar disso?”. A resposta de que a prova faz parte da vida deles, e que será nesse momento que eles necessitarão desses conteúdos, é considerada inadequada. Nessa perspectiva, e de acordo com Gasperi e Pacheco:

> [...] a matemática ainda se apresenta um tanto isolada das demais disciplinas, restringindo-se a poucas situações contextualizadas e algumas modelagens. Na maioria das vezes, recai-se ao seu isolamento, suas teorias, definições e exercícios repetitivos. [...] entende-se que, com a história da matemática, tem-se a possibilidade de buscar outra forma de ver e entender essa disciplina, tornando-a mais contextualizada, mais integrada com as outras disciplinas, mais agradável (Gasperi; Pacheco, 2009, p. 2).

Ao apresentar um conteúdo de forma contextualizada, apresentando os fatos históricos, a realidade da época e as dificuldades enfrentadas, demonstrando a motivação da sociedade para a criação de soluções com o objetivo de resolver tais problemas, é possível que o aluno compreenda que este estudo é relevante. Como diz Gasperi e Pacheco:

> [...] a organização da disciplina Matemática deve buscar a interdisciplinaridade e a contextualização para possibilitar ao aluno uma visão mais ampla sobre a matemática já que o ensino- aprendizagem da Matemática deve permitir ao indivíduo dar conta de gerir sua vida pessoal e profissional, tomar decisões, ter condições de enfrentar múltiplos e complexos desafios da vida contemporânea. Conduzir o aluno de forma a torná-lo apto a enfrentar as novas transformações da sociedade, contribuindo para torná-la mais justa, igualitária e solidária, deveria ser o grande foco da escola (Gasperi; Pacheco, 2009, p. 2).

Ensinar de modo que se estabeleça uma relação entre o que é apresentado no livro e o que o aluno vivência, faz com que ele entenda a importância desses conteúdos. Nos dias atuais, os alunos possuem diversos meios de informação, bem como uma acessibilidade na palma da mão com seus smartphones.

É preciso transformar os alunos em buscadores desses conhecimentos, utilizando essa ferramenta de forma positiva, pois eles precisam desenvolver conhecimentos e habilidades para serem capazes de atuar na sociedade de maneira proativa, mas com um pensamento crítico. Essa construção se inicia no convívio familiar, mas se desenvolve na escola, com o auxílio do educador.

Dentro do conteúdo a ser abordado em sala, o contexto histórico pode ser apresentado como curiosidade, desde um fato engraçado que tenha ocorrido com os descobridores e desenvolvedores de assuntos da matemática, como pesquisas e apresentações de trabalhos para a turma. Essas abordagens promovem o desenvolvimento, não só da matemática, como também de outras habilidades. Nesse contexto, os alunos podem fazer pesquisas de forma rápida por meio do acesso à internet, tanto com seus dispositivos quanto com os recursos da própria escola, caso seja possível.

Essa interdisciplinaridade é fundamental para o entendimento da matemática, tanto em sua origem quanto seu desenvolvimento. Como diz D'Ambrosio (1999, p.97), "acredito que um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular na Educação Matemática, é desvincular a Matemática das outras atividades humanas." Essa construção do conteúdo baseado em fatos históricos enriquece o conhecimento dos alunos e auxilia na hora de utilizá-los.

2.2.3 A SITUAÇÃO-PROBLEMA

Existe outro problema na aprendizagem matemática que diz respeito a aplicação dos conteúdos estudados em situações problema. São questões que envolvem a aplicação do assunto aprendido na resolução de problemas, como, por exemplo, as questões do Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM. Ao longo de mais de dez anos de docência, foi observado que muitos alunos do Ensino Fundamental

II e do Ensino Médio apresentavam dificuldade em associar o assunto estudado com o problema de uma questão.

Depois do aluno ser apresentado ao conteúdo matemático, geralmente é desenvolvido atividades de fixação sobre o tema. Em seguida, alguns problemas simples são apresentados, justamente para trabalhar a interpretação. Depois, problemas mais complexos e desafios são abordados.

Geralmente, no EF II, os alunos são apresentados à alguns problemas contextualizados, para que identifiquem as informações necessárias para construir, de forma algébrica, alguma expressão ou equação, para que se torne possível a resolução. Já no EM espera-se que o aluno seja capaz de identificar, dentro de uma situação-problema, qual conteúdo matemático será utilizado na resolução de cada questão.

Como dizem Marques, Couto e Lima:

> O recurso a processos de contextualização é assim reconhecido como a condição necessária à organização do processo de ensino e aprendizagem. O conhecimento não é algo dado, mas sim construído e constituído pelo aluno através da sua ação e interação com o meio. O ensino que recorre à contextualização de situações próximas, ou do interesse, do aluno distingue-se da escola como transmissora de conhecimento (modelo tradicional), que insiste em ensinar algo já acabado através de inúmeras repetições como molde de aprendizagem. (Marques; Couto; Lima, 2019, p.38).

A matemática traz consigo uma bagagem extensa, e é muito comum perceber que poucos alunos do EM dominam os conteúdos do EF II. Além disso, esse número diminui quando analisamos aqueles que são capazes de interpretar as questões e transformar as palavras de uma situação-problema numa equação.

Cabe a escola preparar os alunos para a sociedade, desenvolvendo habilidades necessárias para a resolução de problemas reais em suas vidas. Através da prática, os alunos precisam desenvolver a leitura em matemática para se tornarem alfabetizados matematicamente. De acordo com Santos-Wagner, ser alfabetizado matematicamente é:

> Saber quantificar, medir, operar, coletar, construir, ler, interpretar, questionar os dados e/ou gráficos que existem no mundo. Saber formular conjecturas, testar hipóteses e soluções, argumentar matematicamente. Enfim preparar-se para ser um resolvedor de problemas na vida, preparando-se para enfrentar os desafios e as incertezas do futuro. Na verdade, a escola precisa preparar um cidadão para a vida atual e para as incertezas e mudança constantes e aceleradas dos tempos futuros (Santos-Wagner, 2008, p. 48).

É necessário entender que, de certo modo, iniciar o processo de interpretação de uma questão é associar aquela situação-problema ao conteúdo matemático previamente estudado. Quando o aluno

pensa, e cria uma estratégia para resolver o problema de acordo com o conteúdo matemático, ele está enfatizando que aprendeu aquele conteúdo matemático.

3. IDENTICFICANDO OS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS DO EF II QUE APRESENTAM MAIOR DEFASAGEM NA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS DO EM

Nesse capítulo, enfatiza-se a identificação dos conteúdos de Matemática do EF II que demonstram maior defasagem na aprendizagem dos alunos do EM. Nesse processo, foi aplicada uma avaliação diagnóstica numa turma, resultando na seleção criteriosa dos temas mais desafiadores.

3.1 PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO E ESCOLHA DO CONTEÚDO A SER RECOMPOSTO

Detectar quais conteúdos de matemática do EF II que os alunos do EM precisam relembrar e aprender é uma tarefa complexa, porque o conhecimento que cada aluno possui é diferente, assim como suas necessidades dentro de cada conteúdo. O critério utilizado foi adotar o assunto que a maioria desconhecesse, ou que possuíssem ainda alguma dificuldade, juntamente com a importância de ser um assunto base para outros que deveriam ser abordados no EM.

Foi selecionada, de forma aleatória (sorteio), uma turma de 1ª série da EEMTI Arsênio Ferreira Maia do município de Limoeiro do Norte do Estado do Ceará. A turma selecionada foi a B. No início do ano letivo de 2024 foi aplicada uma avaliação diagnóstica (Anexo I), para a identificar quais eram os conteúdos mais defasados em matemática. Essa avaliação contém vinte e seis questões objetivas com apenas quatro itens (A, B, C, D). Os assuntos abordados nas questões da avaliação foram baseados na Matriz de Referência de Matemática do Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB, na qual consta os temas e seus descritores do 9º ano do EF II.

Os assuntos selecionados foram as operações básicas com números inteiros, as frações e os números decimais. Além disso, a proporção e perímetro de figuras planas; a transformação de unidade de medida; as áreas dos polígonos; a porcentagem envolvendo desconto; a equação do primeiro grau; equação do segundo grau; a interpretação de situação-problema envolvendo sistema de equações do primeiro grau; a interpretação de problemas e o teorema de Pitágoras.

A aplicação foi feita no dia dois de fevereiro de 2024. Os alunos tiveram uma hora e quarenta minutos para resolver a avaliação diagnóstica. Após esse tempo, com a aplicação da avaliação diagnóstica, foi possível verificar que são vários os conteúdos que necessitam recuperação. O Quadro 1 apresenta os dados relacionados ao conteúdo com o percentual de acerto da turma.

Quadro 1 : Conteúdo matemático relacionado ao percentual de acerto da turma.

CONTEÚDO VERIFICADO	PERCENTUAL DE ACERTO DA TURMA
Proporção com Figuras Planas	9,60%
Equação do segundo Grau	17,60%
Interpretação Envolvendo Área e Equação do segundo Grau	17,60%
Teorema de Pitágoras	28,80%
Perímetro e Transformação de Unidade de Medida	32,00%
Operações Básicas com Números Inteiros	32,40%
Área	32,80%
Porcentagem e Desconto	32,80%
Operações Básicas com Frações	33,80%
Equação do primeiro Grau	37,60%
Malha Quadriculada	41,80%
Interpretação com Teorema de Pitágoras	44,00%
Interpretação com Sistema de Equações do primeiro Grau	45,60%
Interpretação com Porcentagem	50%
Transformação de Unidade de Medida	54,40%
Operações Básicas com Números Decimais	56%
Interpretação e Equação do primeiro Grau	56,80%
Gráficos e Tabelas	78,40%

Fonte: O autor (2024)

Muitos alunos apresentam determinados obstáculos em relação à resolução de problemas matemáticos que envolvem estes temas (Brasil, 2014a). Estes obstáculos ficam evidenciados em algumas avaliações internas e externas que contribuem para a verificação da qualidade da educação, bem como se apresentaram perante a avaliação diagnóstica, tendo em vista os índices da Prova Brasil, no período de 2005 a 2011 (Brasil, 2014c).

Foi possível constatar que o primeiro impacto que os alunos sentem na disciplina de matemática é com o surgimento das letras, ou seja, a álgebra. O assunto de equação gera desconforto para a maioria dos alunos do EF II. Pensando nisso, e de acordo com os resultados da avaliação diagnóstica apresentados no quadro anterior, levando em conta também os conteúdos que serão trabalhados no EM, tais como funções, o assunto selecionado foi equação do segundo grau.

Para trabalhar com a equação do segundo grau, realizou-se uma revisão minuciosa do conteúdo de equação do primeiro grau, uma vez que é a base para o tema em questão. Além disso, envolveu a interpretação de situações problemas, uma vez que equacionar um problema faz parte da construção desse conhecimento.

3.2 UMA BREVE HISTÓRIA SOBRE A EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

No curso de Licenciatura em Matemática, a disciplina de história da matemática é de suma importância. Com ela, é possível apresentar aos alunos como a matemática foi descoberta, construída e desenvolvida ao longo dos anos, e de acordo com as necessidades de sua época. Buratto (2012) enfatiza a relevância de conhecer a história da matemática, quando diz que:

> [...] conhecer a história da matemática nos permite realizar tentativas de praticar situações didáticas mais pertinentes para conseguir melhores aprendizagens. Tudo ocorre graças ao conhecimento que se pode ter sobre a origem da noção a ser ensinada, sobre o tipo de problema que ela visava resolver, as dificuldades que surgiram e o modo como foram superadas (Buratto, 2012, p.24).

Atualmente, as equações do segundo grau são resolvidas utilizando a famosa fórmula de Bhaskara, em referência ao matemático indiano Bhaskara Akaria, também conhecido como Bhaskara II. No entanto, se analisarmos a história dos povos babilônicos, egípcios e gregos, perceberemos que essas equações surgiram muito antes.

As técnicas utilizadas pelos babilônios e egípcios diferem da que utilizamos hoje. Eles usavam textos e símbolos como ferramenta auxiliar na resolução. Já os gregos, associavam suas resoluções à geometria, dando uma visão totalmente diferente do processo algébrico que conhecemos com a fórmula mais utilizada na atualidade.

Em relação aos árabes, al-Khowarizmi contribuiu significativamente, uma vez que seu trabalho se baseou nos gregos. Dessa forma, pôde desenvolver métodos para resolver equações de segundo grau, como a utilização do artificio de completar quadrados. Influenciado por Euclides, al-Khowarizmi desenvolveu representações geométricas dessas equações.

Importante entender que uma fórmula matemática é uma expressão que representa uma relação ou uma regra entre grandezas. Geralmente é composta por símbolos matemáticos e operadores que descrevem a relação entre as quantidades envolvidas. A álgebra na resolução de equações do segundo grau surge com François Viète, que propôs a substituição por letras.

Fundamental entender que toda equação do segundo grau é do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, onde a, b e c são números pertencentes ao conjunto dos reais, chamados de coeficientes. A equação do segundo grau pode ser completa, quando seus coeficientes são todos diferentes de 0, ou incompleta, quando um ou os dois coeficientes b e c são iguais a 0.

A expressão matemática mais utilizada na resolução de equações completas do segundo grau é $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$. Posteriormente, podemos ver o processo algébrico do desenvolvimento de uma equação do segundo grau para apresentarmos a fórmula citada.

Dada a equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, segue que

$ax^2 + bx + c = 0$	multiplicando toda a equação por 4, temos
$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$	subtraindo $4ac$ de cada membro da equação obtemos
$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$	adicionando b^2 em cada membro, segue
$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$	fatorando o primeiro membro, encontramos
$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$	extraindo a raiz quadrada dos dois membros, temos
$2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$	subtraindo b dos dois membros, obtemos
$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$	dividindo os dois membros por $2a$, segue que

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \blacksquare$$

A autoria da fórmula não pôde ser determinada apenas por uma pessoa, visto que houve uma evolução durante todo o desenvolvimento do conhecimento matemático. Não é esta a conclusão final sobre o estudo desse tema, uma vez que os matemáticos ainda estão em busca de novas formas de resolver essas equações.

4. RECOMPOSIÇÃO DA APRENDIZAGEM: UM NOVO OLHAR PARA UMA MESMA PROBLEMÁTICA

Esse capítulo discute novas abordagens educacionais diante dos desafios atuais, entendendo que o ensino era, historicamente, centrado como único detentor do conhecimento, tendo os alunos um papel passivo. Hoje, a variedade crescente de habilidades e conhecimentos dos estudantes clama por uma revisão desses métodos, como o uso de tecnologias digitais e jogos educativos. Isto porque a aprendizagem torna-se mais engajadora e personalizada, gerando colaboração e motivação, do mesmo modo que facilita a compreensão de conceitos complexos, tornando a experiência educacional dinâmica e eficaz.

4.1 O MESMO PROBLEMA, UMA NOVA PERSPECTIVA

O ensino tradicional teve um longo período de sucesso, onde o professor era o centro do conhecimento e, os alunos eram tratados como seres sem conhecimento. Embora a maioria dos estudantes ainda aproveite o sistema antigo, é preciso compreender que a sociedade está em constante mudança e que os discentes estão adquirindo novos conhecimentos e habilidades. Utilizar isso a favor da aquisição de novos conhecimentos é fundamental para o desenvolvimento dos alunos.

Entender que existe mais de uma maneira de aprender, bem como a de transmitir um conteúdo é fundamental para que o educador possa atingir o seu objetivo. Conforme Santos et al., (2013) apontam quando dizem que:

> Os educadores matemáticos devem procurar alternativas para aumentar a motivação para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, a organização, a concentração, a atenção, o raciocínio lógico-dedutivo e o senso cooperativo, deve ainda promover, a socialização e estimular as interações do indivíduo (Santos et al., 2013, p. 3).

Na sala de aula, alguns alunos acabam focando apenas na nota final, transformando o objetivo de estudar em apenas um número em um papel. Entender que o final de um ciclo não se resume a isso, e sim ao desenvolvimento cognitivo e intelectual, é imprescindível. Mostrar que o estudo de matemática serve para seu crescimento pessoal, e futuramente profissional, pode motivá-los a aprender.

Sair da sala e levar os alunos para outros ambientes nem sempre é possível, mas alguns conteúdos podem ser trabalhados dentro de sala de aula com abordagens diferentes. A alteração da abordagem do assunto, e a utilização de outras ferramentas de ensino podem despertar o interesse de alguns alunos que já estão saturados com as aulas expositivas tradicionais.

Dito isto, a utilização de novas metodologias de ensino pode favorecer ao aprendizado, mas existem ainda fatores, como o conhecimento prévio de certos assuntos que impactam nesse aprendizado. Recompor esses conteúdos básicos é fundamental para a construção de novos conhecimentos.

4.2 O USO DA TECNOLOGIA DIGITAL NA RECOMPOSIÇÃO DE CONTEÚDO

As novas tecnologias proporcionam modificações no que diz respeito à informação e comunicação. Essas mudanças afetam diretamente a sala de aula, tendo em vista que nossos alunos ingressam nas escolas com uma tempestade de informações, muitas vezes falsas, sobre uma infinidade de assuntos.

Alguns desses alunos, que nasceram numa realidade onde a cultura digital predomina, podem sentir dificuldade na apreciação de uma aula expositiva tradicional. Como diz Nora Krawczyk, em “Reflexão sobre alguns desafios do ensino médio no brasil hoje”:

> As novas modalidades de informação e conhecimento são favorecidas pela revolução das comunicações e elas competem com o caráter cultural da instituição escolar. Os meios de comunicação produzem linguagens, conhecimentos, modos de vida, valores etc., que desafiam a escola, quer na sua função de transmitir conhecimentos, quer no seu caráter socializador (Krawczyk, 2011, p.761).

No início da década de 1990, o ensino da resolução de equações no Ensino Fundamental II era feito de forma mecanizada. O professor argumentava que um número era transferido de um membro da equação para outro, sem maiores explicações. O aluno era orientado a aceitar, apresar de não ter compreensão. Um aluno do ensino superior do curso de licenciatura em matemática sabe o motivo daquela ação, e entender a razão de tal ato, pode levar ao entendimento completo do assunto. Como diz José Roberto Boettger Jardinetti, em “Abstrato e o Concreto no Ensino da Matemática: algumas reflexões”:

> As abstrações revelam ser concretas no momento em que se possibilita a elaboração de procedimentos metodológicos que traduzem um sistema orgânico e multirrelacional que englobe e dê sentido às abstrações. Em tal sistema, as abstrações não são compreendidas enquanto abstrações vazias, desvinculadas de qualquer relação. Esmiuçada a lógica operatória presente nas abstrações, elas se revelam concretas. Na Matemática, quanto mais se afasta da realidade objetiva, mais organicamente se atrela a ela graças à 1ógica de elaboração dos conceitos que transfere a cada etapa conceitual um caráter de concreticidade para a etapa seguinte. Os conceitos apresentar-se-ão aos alunos repletos de significação, se se originarem de procedimentos metodológicos que permitam uma instrumentalização lógico-metodológica eficaz para apreensão do aspecto relational aí implícito (Jardinetti, 1997, p.51).

Durante a utilização de tecnologias na aula de recomposição com a turma da 1ª série B da EEMTI Arsênio Ferreira Maia, foi percebido certo interesse por parte dos alunos com relação ao uso de ferramentas tecnológicas. As definições, os exemplos e as resoluções das equações do primeiro grau foram apresentadas utilizando slides e Datashow.

A associação com a balança de dois pratos equilibrada permitiu a visualização concreta de uma equação. Para construir alguns conceitos de forma significativa, foram aplicadas as operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), em ambos os pratos da balança, enfatizada a veracidade da igualdade. Após esta apresentação, foi apresentada uma técnica que consiste em transferir um termo ou fator de um membro da igualdade para outro, alterando sua operação.

Após serem apresentados os conceitos e técnicas, foram trabalhados exemplos envolvendo situação-problema, partindo da leitura e interpretação, construção e resolução da equação. Essa construção partindo de uma situação-problema, seguindo pela correlação entre os pratos de uma balança equilibrada e uma equação, continuando pela aplicação de técnicas de resolução, permitiu a abordagem do assunto selecionado. Tudo isso foi feito no intuito do aluno conseguir resolver as equações incompletas.

Feita essa introdução, foi apresentado o assunto de equações do segundo grau, relembrando a forma geral, $ax^2 + bx + c = 0$ com $a \neq 0$ e a, b e c constantes pertencentes ao conjunto dos números reais. Foi apontado que quando a equação é incompleta em b e c constantes pertencentes ao conjunto dos números reais. Foi apontado que quando a equação é incompleta em b e c a solução da equação sempre será zero, e quando for incompleta somente , um resultado sempre será zero e o outro será $-\frac{b}{a}$.

No caso de a equação ser incompleta somente em b teremos dois valores opostos, que são $-\sqrt{-\frac{c}{a}}$ e $\sqrt{-\frac{c}{a}}$. Além desses casos foi apresentado o caso de equações completas, fazendo o uso da famosa fórmula de Bhaskara $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ e a expressão para encontrar sua solução $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ ressaltado que no caso de o valor de ser menor do que zero, não haveria solução no conjunto dos números reais.

O uso das tecnologias digitais permitiu a dinamização dos assuntos trabalhados, e além de facilitar explanação dos conteúdos, nos ajuda a trabalhar de forma personalizada. Podemos criar uma aula mais interativa e dinâmica para estimular a curiosidade e o entrosamento entre os alunos, trabalhando outras habilidades em paralelo com aquelas que desejamos construir. Assim, essas ferramentas, se usadas de forma responsável, podem potencializar o aprendizado dos alunos.

4.3 JOGO MOTIVADOR PARA A APRENDIZAGEM E REVISÃO DE CONTEÚDO

Em aulas, tanto no ensino fundamental quanto no médio, que envolvem jogos, existe a possibilidade de despertar um sentimento motivador nos alunos, levando-os ao entendimento sobre as regras para que os mesmos desenvolvam estratégias para facilitar a vitória. O desafio e a colaboração dos integrantes dos grupos são fatores que podem incentivar esse aprendizado.

Segundo Dinello o jogo representa:

> Um âmbito de socialização, com uma grande liberdade de inventar regras e relações, possibilitada pelo fato de situar-se à distância de determinismos convencionais. É a ocasião de interiorização de atitudes, de tomar iniciativas pessoais e de dar respostas aos demais. Por momentos, divergindo com o grupo, assumindo compromissos de lealdade com outros, o jogo apresenta situações próprias para descobrir-se "como" o outro ou muito "diferente" dos outros: ambas as percepções são necessárias para ir construindo suas próprias referências (Dinello, 2004, p. 19).

Para gerar essa motivação na reaprendizagem do conteúdo de equações do segundo grau, foi trabalhado um jogo abordando esse assunto. O jogo deve gerar a interação entre os alunos, trabalhando a cooperação entre eles, e de maneira que possa ser aplicado na sala de aula de maneira fácil e prática.

4.3.1 DESCRIÇÃO DO JOGO

O jogo aplicado chama-se trinta, sessenta e noventa, e é composto por cinquenta cartas com perguntas, divididas em níveis. São dezesseis cartas de nível um, com o valor de um ponto, dezesseis cartas de nível dois, com o valor de dois pontos, dezesseis cartas de nível três, com o valor de três pontos, e duas cartas de nível desafio, com o valor de sete pontos (Anexo III). Também possui um dado de seis faces, nas quais duas delas possuem o valor de +1, outras duas o valor de +2 e as últimas duas o valor de +3 (Anexo IV). Outro item é um envelope (Anexo V). Os últimos itens são os cartões com as perguntas das cartas nível desafio (Anexo VI). Além disso, é necessário ter um cronômetro.

Para jogar, formam-se duas duplas que irão se enfrentar, e inicialmente cada dupla possui zero pontos, e o objetivo é atingir ou ultrapassar trinta pontos. Um dos quatro jogadores deve embaralhar as cinquenta cartas, e colocar o monte de cartas com todas as faces com as perguntas viradas para baixo, e os cartões, com as perguntas do nível desafio, devem ser reservadas. As duplas jogam par ou ímpar para decidir qual delas irá começar.

A dupla perdedora retirará a primeira carta do monte para verificar qual é o nível, e o tempo máximo para responder à pergunta. Em seguida, colocará a carta dentro do envelope, e marcará o tempo no cronômetro. O cronômetro será acionado no momento em que a carta no envelope for revelada para que a dupla ganhadora possa tentar responder à pergunta. Um dos integrantes da dupla deverá responder à pergunta dentro do tempo descrito na carta.

Os integrantes da mesma equipe poderão trocar informações entre si para que um possa ajudar o outro, mas a resposta final sempre é dada pelo jogador da vez. Se a resposta for dada antes do tempo

acabar, e estiver correta, a dupla deverá jogar o dado. Ela ganhará a pontuação descrita na carta, adicionada ao resultado que houver no dado.

Para conferir, basta retirar a carta do envelope, e observar a parte inferior dela a resposta. Em seguida a carta é colocada separada das outras cartas do monte. O mesmo se repete para a outra dupla de forma alternada entre as duplas e entre os integrantes de cada dupla.

O objetivo deste processo, é criar um ambiente competitivo, mas com parceria entre os membros de cada dupla. Dessa forma, os membros da equipe poderão refletir juntos sobre cada pergunta nas cartas, proporcionando uma revisão de conteúdo através de uma conversação. Esta revisão foi realizada de forma lúdica, tendo por intuito proporcionar um aprendizado de maneira menos cansativa.

4.4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Tendo em vista o trabalho desenvolvido na 1ª Série B da EEMTI Arsênio Ferreira Maia, na cidade de Limoeiro do Norte - CE, para avaliar a aprendizagem dos alunos, elaborou-se uma avaliação (Anexo II), contendo dez questões, abordando o conteúdo de equação do segundo grau.

As questões abordadas na avaliação continham aspectos que permitiram avaliar a compreensão, o cálculo e a interpretação, bem como o uso e aplicação do conteúdo em situações cotidianas. No quadro 2 apresentam-se os resultados da avaliação de verificação de conteúdo.

Quadro 2 : Resultado da avaliação de verificação de conteúdo matemático relacionado ao seu percentual de acerto dos alunos

CONTEÚDO VERIFICADO	PERCENTUAL DE ACERTO DOS ALUNOS
Identificar os valores das constantes numa equação do segundo grau	54%
Determinar os valores de x dada a equação	27%
incompleta do segundo grau	
Determinar o valor de na equação completa do segundo grau	16%
Determinar os valores de x dada a equação completa do segundo grau	22%
Interpretação e resolver situação-problema envolvendo o conteúdo de equação do segundograu	59%

Fonte: O autor (2024)

Esses resultados indicam o desempenho dos alunos em diferentes habilidades relacionadas às equações do segundo grau. É possível perceber que a maioria dos alunos, especificamente 59%, conseguiram interpretar e resolver problema envolvendo o conteúdo de equação do segundo grau. Em contradição, identificou-se que poucos alunos, 16%, conseguiram determinar o valor de numa equação do segundo grau completa. Calculando a média da turma em relação a essa avaliação, o resultado encontrado é de 35,60%, mostrando ser superior aos 17,60%, resultado da avaliação diagnóstica apresentada no Quadro 1.

A análise e aplicação prática das equações do segundo grau são áreas nas quais a maioria dos alunos se saiu bem, indicando que eles entendem como utilizar as equações para resolver problemas específicos e contextualizados. Um contraponto é a necessidade de aprimorar a identificação e manipulação das equações do segundo grau em forma tradicional, especialmente no cálculo do valor de delta e na determinação das raízes quando as equações estão completas e incompletas.

Dado que a aula de revisão de conteúdo ocorreu no dia dezesseis de fevereiro de 2024, a aplicação do jogo aconteceu no dia quatro do mês seguinte, dezessete dias após a aula de revisão, e a avaliação de verificação de conteúdo foi aplicada no dia vinte e sete de março do mesmo ano, exatamente vinte e três dias após a aplicação do jogo, e quarenta dias após a aula de revisão, é possível notar que resultado não foi tendencioso.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do trabalho de identificação e recomposição de lacunas no aprendizado de conceitos matemáticos abordados no EF II permitiu a constatação de que os alunos ingressam no EM com uma base matemática reduzida, o que dificulta a construção de novos conhecimentos, uma vez que eles requererem esses pré-requisitos para tal.

O conteúdo escolhido, equações do segundo grau, dentre tantos, foi trabalhado de maneira diferenciada para tentar criar novas maneiras de construção do conhecimento. A turma não apresentou resistência para a abordagem diferente, o que possibilitou a interação de todos os alunos no processo. Os recursos tecnológicos digitais serviram de suporte para a apresentação e interatividade com o conteúdo abordado, enquanto que a contextualização histórica criava pontes entre o desenvolvimento do tema e as ferramentas atuais.

Após as exposições, interações e aplicações de materiais diferenciados (jogo), a turma apresentou uma evolução, quando comparada aos resultados anteriores e posteriores à recomposição, uma vez

que houve um intervalo razoável entre as explicações/aplicações e a avaliação, justamente para evitar resultados tendenciosos.

Dessa forma, é possível concluir que identificar e trabalhar esse conteúdo do EF II, de forma diferenciada, é relevante para que os alunos criem uma base sólida, facilitando, assim, a aquisição de novos conhecimentos. A interdisciplinaridade com a história, o uso de ferramentas digitais, e a aplicação de jogos tornaram a aula de matemática mais interessante, criando um ambiente de aprendizado significativo e extremamente potencializador.

REFERÊNCIAS

BRASIL. PORTAL MEC. Artigo, Programa de Gestão da Aprendizagem Escolar 1. Operações com números racionais.

BRASIL. PORTAL MEC. Comentários e Exemplos sobre os Temas e seus Descritores da Matriz de Matemática de 4ª Série Fundamental. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/menu_do_professor/prova

_matematica/matrizes_mat_4_serie/TemaIII_Mat_4a_serie_EF_PROF.pdf. Acesso em: 05 abr. 2024.

BRASIL. PORTAL MEC. Simulada prova Brasil. 2014c. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/prova-brasil. Acesso: 02 jun. 2024.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Matrizes de Referência de Língua Portuguesa e Matemática do SAEB: documento de referência do ano de 2001. Brasília, DF: INEP, 2020. Disponível em:

https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames- educacionais/saeb/matrizes-e-escalas. Acesso em: 1 dez. 2020.

BRUNER, J. A cultura da educação. Trad. Marcos A. G. Domingues. Porto Alegre, RS: Artmed, 2001.

BURATTO, Ivone Catarina. Historicidade e Visualidade: Proposta Para Uma Nova Narrativa na Educação Matemática. Tese (Doutorado em Educação Cientifica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

CHEVALLARD, Y. La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique, 1991.

D'AMBROSIO, U. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

DINELLO, Raimundo Angel. Os jogos e as ludotecas. Santa Maria: Pallotti, 2004.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia: saberes necessários a prática educativa. Paz e Terra, 2002.

FREIRE, Paulo. Professora sim, tia não: cartas para a quem ousa ensinar. Olho d'água, 1997.

GASPERI, Wlasta Nadieska Hüffner.; PACHECO, Edilson Roberto. A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica. Acesso em, v. 7, 2018. Disponível em:

http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/deb_nre/matematica/historia_matemat ica.pdf. Acesso em: 10 mai. 2024.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. Abstrato e o Concreto no Ensino da Matemática: algumas reflexões. Bolema-Boletim de Educação Matemática, v. 11, n. 12, p. 45-57, 1997.

JARDINETTI, J. R. B. Abstrato e o Concreto no Ensino da Matemática: algumas reflexões. Revista Bolema, Rio Claro – SP, v. 11, n. 12, 1997.

KRAWCZYK, Nora. Reflexões sobre alguns desafios do Ensino Médio no Brasil hoje. Caderno de pesquisa. São Paulo, v.41, n.144, p. 752-769, 2011.

LIMA, Antônio Neudvam Bandeira. Tecnologias digitais como recurso auxiliar no processo de ensino aprendizagem: um estudo acerca de seu uso pelos professores da educação básica. Monografia (Especialização em Tecnologias Digitais para Educação Básica) – UAB/UECE - Universidade Estadual do Ceará. Limoeiro do Norte-CE. 2019.

MARQUES, Sara; COUTO, Ângela.; LIMA, Cláudia. Contextualização de problemas de matemática: suporte para uma aprendizagem com significado. Sensos-e, VI, v. 2, 2019. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Claudia-Maia-Lima/publication/343323483_Contextualizacao_de_problemas_de_matematica_suporte_para_uma_aprendizagem_com_significado/links/5f2341fea6fdcccc439bd6b4/Contextualizacao- de-problemas-de-matematica-suporte-para-uma-aprendizagem-com-significado.pdf. Acesso em: 10 mai. 2024.

NOGUEIRA, Cyntia de Medeiros et al. Professor ou educador? limites e desafios. Derecho y Cambio Social, v. 11, n. 35, p. 43, 2014. Disponível em: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5472814. Acesso em: 01 mai. 2024.

SANTOS, Jamison Luiz Barros.; SANTOS, Gracineide Barros.; ARAGÃO, Ildema Gomes. Possibilidades e Limitações: as dificuldades existentes no processo de ensino- aprendizagem da Matemática. 6º Encontro de Formação de Professores de Sergipe, Edição Internacional, Sergipe. Anais... Sergipe, Universidade do Vale do Aracajú, 2013.

SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. Resolução de problemas em matemática: uma abordagem no processo educativo. Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, nº 53, p. 43-74, jul./dez. 2008.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. "O Surgimento da Equação do 2º Grau ". Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/o-surgimento-equacao-2-o- grau.htm. Acesso em 19 de janeiro de 2024.

XAVIER, Bruna e Farias. O uso de softwares e programas computacionais como recurso no ensino de matemática. XX EREMAT - Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul Fundação Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Bagé/RS, Brasil. 23-25 out. 2014. Disponível em: https://eventos.unipampa.edu.br/eremat/files/2014/12/RE_XAVIER_02420565045.pdf.

Capítulo 5

10.37423/240809219

O EXCEL COMO FERRAMENTA PARA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES POR ESCALONAMENTO

José Cláudio da Silva

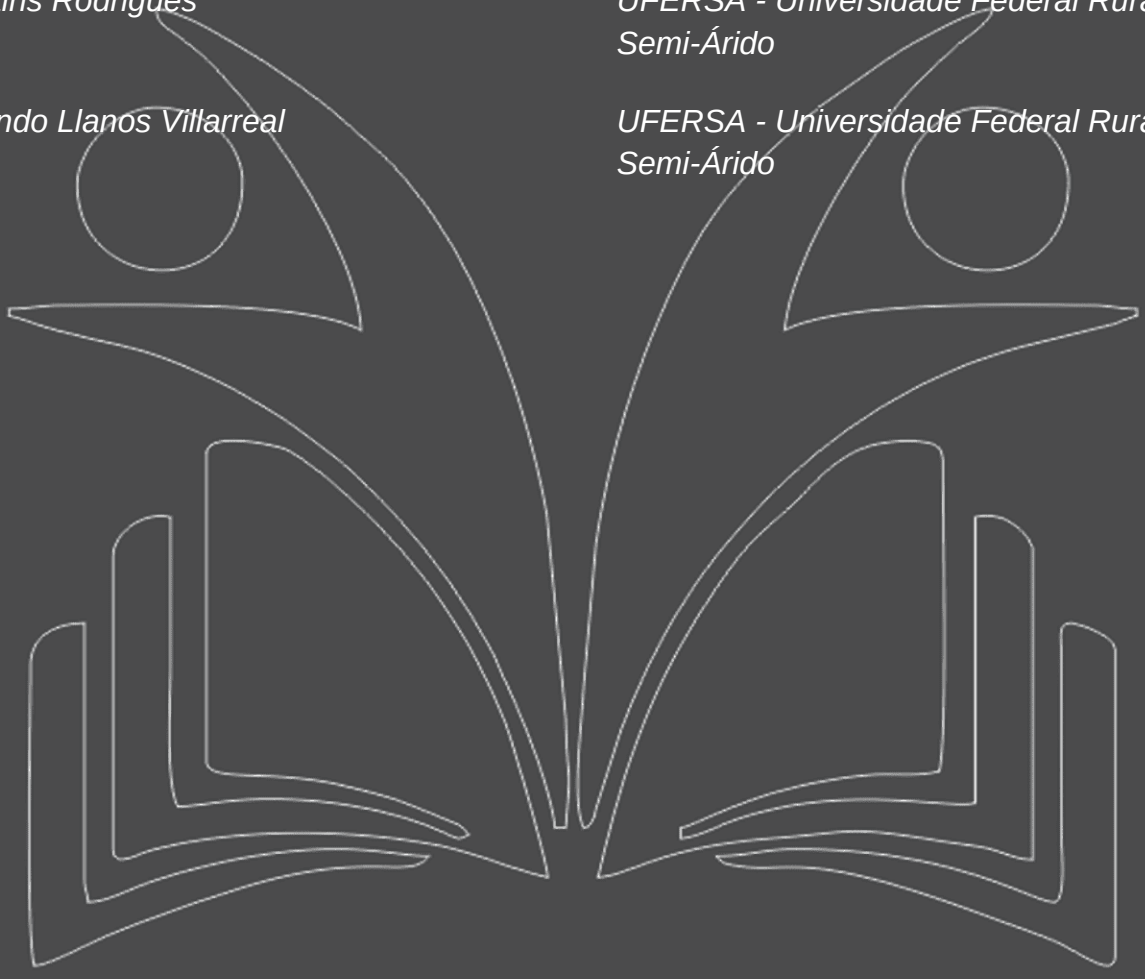
Secretaria Estadual de Educação do Rio grande do Norte - IERN

Walter Martins Rodrigues

UFERSA - Universidade Federal Rural do Semi-Árido

Elmer Rolando Llanos Villarreal

UFERSA - Universidade Federal Rural do Semi-Árido



Resumo: O estudo e a compreensão dos sistemas de equações lineares desempenham um papel fundamental no desenvolvimento das habilidades matemáticas e na resolução de problemas do mundo real. Neste sentido, é importante ressaltar que os estudantes são expostos a conceitos-chave, como a interpretação geométrica de soluções, métodos de resolução algébrica e aplicações em diversas áreas do conhecimento. Dominar esse conteúdo não apenas aprimora a capacidade analítica e de raciocínio lógico, mas também fornece ferramentas essenciais para enfrentar desafios complexos, estimulando a criatividade na resolução de problemas e preparando os alunos para campos profissionais que exigem habilidades em sistemas de equações lineares. Para fortalecer o ensino de sistemas de equações lineares, o presente trabalho apresenta a criação da Calculadora de Sistemas Lineares no Excel (CSLE) e a implementação de uma sequência didática que representam uma abordagem inovadora e prática para enriquecer o ensino desses conceitos. Essa ferramenta proporciona aos alunos uma maneira interativa de explorar e compreender os sistemas de equações lineares, permitindo uma visualização dinâmica das soluções e estimulando o aprendizado ativo. Além disso, a análise de dados sobre a aceitação da CSLE revela percepções valiosos sobre a eficácia dessa abordagem, oferecendo informações sobre a receptividade dos alunos, suas dificuldades e os benefícios percebidos ao utilizar essa ferramenta. Essa iniciativa não só fortalece o entendimento conceitual, mas também possibilita uma avaliação mais ampla e detalhada do processo de aprendizagem, contribuindo para o aprimoramento contínuo das estratégias de ensino- aprendizagem em matemática.

Palavras-chave: Sistemas de equações lineares. Calculadora Excel. Ensino de Matemática.

1. INTRODUÇÃO

A matemática está presente em todas as atividades diárias, proporcionando uma melhor organização e harmonia nas nossas vidas. Ela nos ajuda a entender e resolver problemas, a tomar decisões e a desenvolver habilidades de pensamento crítico. Desde calcular despesas e planejar orçamentos até medir ingredientes para cozinhar ou calcular distâncias em uma viagem, a matemática está sempre presente, nos auxiliando a alcançar uma maior eficiência e precisão em nossas tarefas diárias. Além disso, a matemática também é fundamental em áreas como ciência, tecnologia, engenharia e finanças, desempenhando um papel essencial no avanço da sociedade e no desenvolvimento de novas descobertas e inovações. Nesse sentido, o conhecimento matemático é extremamente relevante, seja para sua aplicação em situações mais básicas, como o método utilizado por povos primitivos que contavam rebanhos utilizando pedras, ossos e nós em cordas, ou em processos mais complexos, como o funcionamento de instrumentos como relógios, termômetros, fornos, calculadoras e computadores, além dos telefones celulares.

O ensino do conteúdo de sistemas de equações lineares no ensino médio desempenha um papel fundamental na formação teórica e prática dos estudantes, preparando-os para adquirir novos conhecimentos em Álgebra. É essencial que a prática de ensino proporcione as condições adequadas para uma compreensão aprofundada dos conceitos matemáticos, a fim de evitar possíveis prejuízos, como a resistência à matéria e a reprovação dos alunos.

Levando em consideração a relevância dos sistemas de equações lineares na vida cotidiana e a conexão desse conhecimento, é fundamental que os educadores assumam um papel ativo no processo de ensino. Como afirmado por Van de Walle (2009, p. 21), “o que os alunos aprendem depende quase que exclusivamente das experiências fornecidas pelos professores em sala de aula”. Diante disso, surge a questão: qual é o papel das tecnologias educacionais no apoio ao ensino e aprendizado de sistemas de equações lineares para alunos do ensino médio com pouco conhecimento prévio? Devido a este questionamento, o objetivo geral desta pesquisa é investigar o papel das tecnologias educacionais no apoio ao ensino e aprendizado de sistemas de equações lineares para alunos do ensino médio (2ª ou 3ª séries), enquanto os objetivos específicos incluem elaborar uma sequência didática, aplicá-la e analisar os resultados obtidos.

A principal contribuição deste trabalho reside na criação e implementação da Calculadora de Sistemas Lineares no Excel (CSLE). Essa ferramenta inovadora, desenvolvida pelo autor deste trabalho, destaca-se como um recurso didático metodológico para o ensino de sistemas de equações lineares no Ensino

Médio. Essa calculadora foi desenvolvida com o propósito de proporcionar uma visualização interativa e acessível da resolução de sistemas de equações lineares, oferecendo aos alunos uma maneira prática e eficaz de compreender os conceitos subjacentes. Sua importância se evidencia na promoção da prática educacional direcionada, estimulando a autonomia e a investigação dos estudantes. Além disso, a CSLE preenche uma lacuna identificada no processo de ensino, proporcionando uma ferramenta tangível que amplia a compreensão dos alunos sobre sistemas de equações lineares, ao mesmo tempo em que os incentiva a explorar e aprofundar seu conhecimento nesse campo matemático específico. A criação da CSLE não apenas representa uma inovação tecnológica no contexto educacional, mas também se destaca como um recurso valioso para facilitar o aprendizado e fortalecer a compreensão dos alunos em relação a sistemas de equações lineares, contribuindo significativamente para o avanço do ensino da matemática no ensino médio.

Com esta pesquisa, busca-se discutir o desempenho dos estudantes no processo de ensino/aprendizagem de sistemas de equações lineares, pois a humanidade está em constante processo de construção e desenvolvimento. A forma como a Matemática está organizada no currículo pedagógico do ensino médio justifica a preocupação em relação ao desempenho dos alunos na resolução de sistemas de equações lineares. Espera-se que, pelo menos, os alunos estejam aptos a utilizar os conceitos de sistemas de equações lineares nos mais diversos contextos.

2. O EXCEL COMO FERRAMENTA PARA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES POR ESCALONAMENTO

A presente seção discorre sobre a resolução de sistemas de equações lineares por escalonamento utilizando planilhas do Excel. Apresentaremos e detalharemos a Calculadora de Sistema Lineares no Excel (CSLE). Os conceitos que seguem foram embasados e discutidos segundo Silva (2017), Hefez (2016) e Bastos (2016).

A CRIAÇÃO DA CALCULADORA DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES NO EXCEL

A CSLE foi criada pelo autor no intuito de ajudar alunos que enfrentam dificuldades na resolução de sistemas de equações lineares. A ferramenta foi desenvolvida no Excel, permitindo que os alunos trabalhem offline em sala de aula. Durante a criação da CSLE, foram encontradas dificuldades, como garantir a flexibilidade para resolver sistemas de diferentes dimensões e discutir as soluções nos diferentes tipos de classificação. A CSLE foi projetada para ser útil em ambientes educacionais com

acesso limitado à internet, permitindo que os alunos trabalhem de forma autônoma e eficiente na resolução de sistemas de equações lineares.

CALCULADORA DE SISTEMAS LINEARES NO EXCEL (CSLE)

A Calculadora de Sistemas Lineares no Excel (CSLE) é uma ferramenta, desenvolvida pelo autor, que permite resolver sistemas de equações lineares usando planilhas do Excel. A calculadora é uma ferramenta útil para análise de dados que possam ser interpretados como matrizes, modelagem de negócios e solução de problemas matemáticos em geral que envolvam sistemas de equações lineares.

A seguir mostraremos o passo a passo do funcionamento da calculadora, por meio de exemplos distribuídos entre SPD, SPI e SI.

Passo 1: Abrir a planilha clicando no link: CSLE Oficial.xlsx. Em seguida, teremos o Layout da página que representa o Menu.

Figura 1 - Calculadora de Sistemas Lineares no Excel.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Passo 2: Escolher um tipo de sistema clicando no que deseja resolver, , , 2x2 3x3 4x4 ou

.

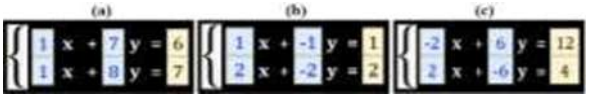
5x5

Exemplo 2.1: Resolver os sistemas de equações lineares (a) $\begin{cases} x+7y=6 \\ x+8y=7 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x-2y=2 \end{cases}$ e (c) $\begin{cases} -2x+6y=12 \\ 2x-6y=4 \end{cases}$.

Ao escolher um sistema 2x2, o usuário insere, inicialmente, o valor dos coeficientes x, y e o termo independente da equação a ser resolvido.

A Figura 2 apresenta as situações em que o usuário monta os sistemas: (a) (b) e (c).

Figura 2 - SPD, SPI e SI (2x2).



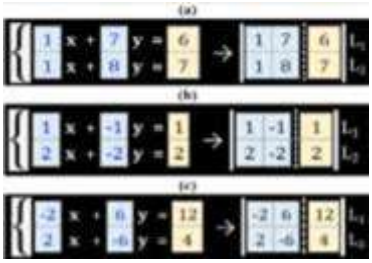
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Feito isso, imediatamente o sistema será resolvido, pelo método do escalonamento, ou seja, será encontrado um sistema equivalente ao original escalonado.

A Figura 3 indica o sistema que se deseja solucionar e a sua matriz estendida.

Em cada caso apresentado no passo anterior.

Figura 3 - Transformação do Sistema na Matriz Estendida (A) - (2X2)



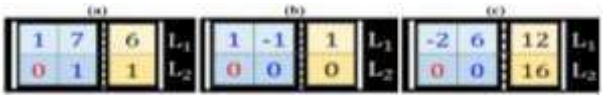
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Em um próximo passo (Figura 4), o sistema apresenta a matriz (B) triangular superior ou escalonada, a qual foi obtida por meio das operações a seguir: $L_1^{(B)} = L_1^{(A)}$ e

$$L_2^{(B)} = L_2^{(A)} - \left(\frac{a_{21}}{a_{11}}\right)^{(A)} . L_1^{(A)}.$$

A Figura 4 exibe a resposta, após essas operações, das matrizes apresentadas no início desta seção.

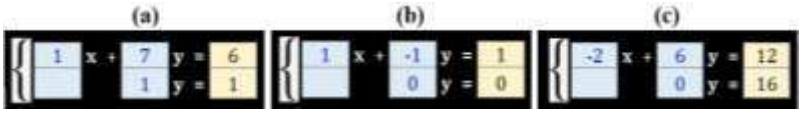
Figura 4 – Transformação da Matriz (A) na Matriz (B) - (2X2)



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

A Figura **5**5(a), (b) e (c) exibe o sistema escalonado resultante da matriz (B) correspondente às Figura 4(a), (b) e (c), respectivamente.

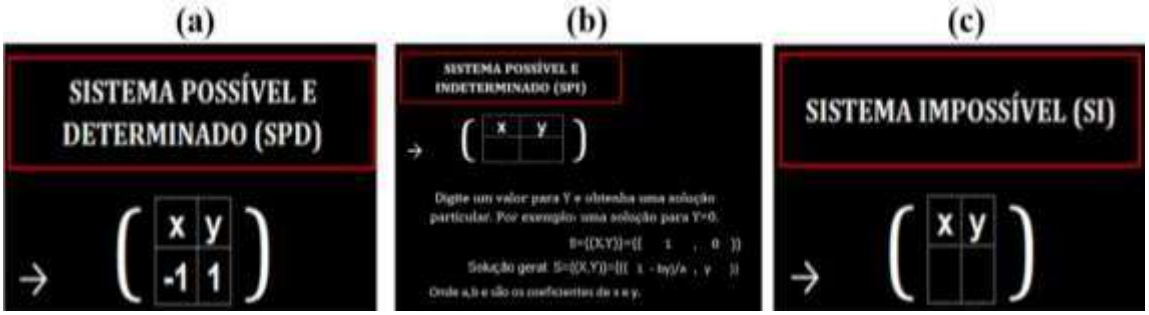
Figura 5 – Transformação da Matriz (B) no Sistema Escalonado - (2X2)



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

A Figura 6(a) apresenta a solução do (SPD) da Figura 5(a), com solução $S = \{(-1,1)\}$ obtida por meio da substituição $y = 1$ em $x + 7y = 6$ obtendo $x = -1$. A Figura 6(b) ilustra a solução do (SPI) da Figura 5(b), com solução $S = \{(y + 1, y)\}$ obtida por meio das seguintes operações: A partir da equação $0y = 0$ observamos que o sistema possui uma variável livre. Portanto, de $x - y = 1 \Rightarrow x = y + 1$. Assim, para obter uma solução particular, por exemplo, quando $y = 0$ temos $S = \{(y + 1, y)\}$ A Figura 6(c) mostra a solução do (SI) da Figura 5(b), ou seja, sem solução. De fato, da equação $0y = 16$, observamos que não existe nenhum número real que, multiplicado por 0, seja igual a 16. Portanto, $S = \phi$.

Figura 6 - Solução e Discursão do Sistema - (2x2)



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

A Figura 7(a) indica a verificação da solução do (SPD) da Figura 6(a). A saber, verifica-se $S = \{(-1,1)\}$ satisfaz o sistema:

$$\begin{cases} 1(-1) + 7.1 = -1 + 7 = 6\ (Verdadeira) \\ 1(-1) + 8.1 = -1 + 8 = 7(Verdadeira) \end{cases}.$$

A Figura 7(b) indica a verificação da solução do (SPI) da Figura 6(b). Para veracidade da solução, $S = \{(1,0)\}$. É realizado, portanto, o seguinte cálculo:

$$\begin{cases} 1(1) - 1.0 = 1 + 0 = 1\ (Verdadeira) \\ 2(1) - 2.0 = 2 + 0 = 2(Verdadeira) \end{cases}.$$

A Figura 7(c) indica a verificação da solução do (SI) da Figura ***6***(c). Nesse caso não se realiza cálculo algum.

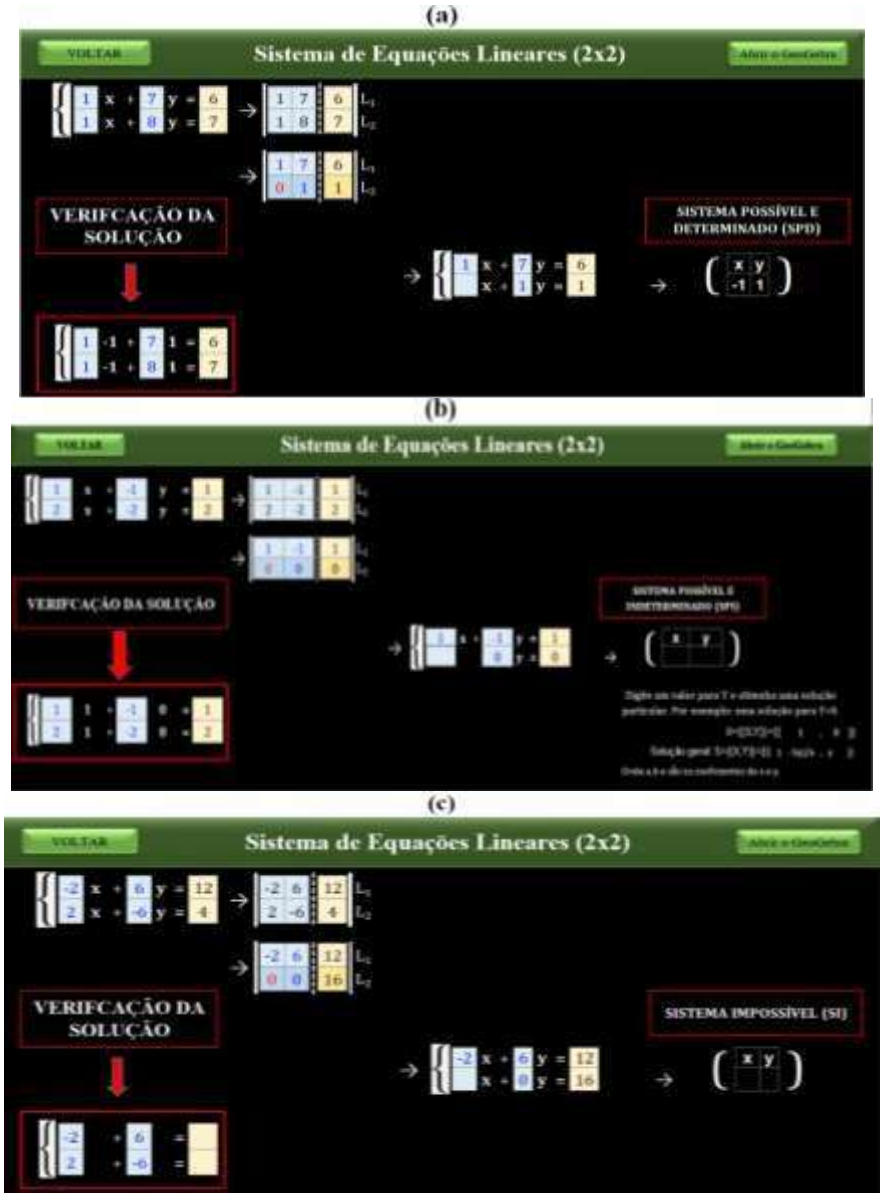
Figura 7 - Verificação da Solução - (2x2)



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Na Figura 8, apresentamos o layout do processo descrito anteriormente.

Figura 8 - Sistemas de Equações Lineares (2x2)



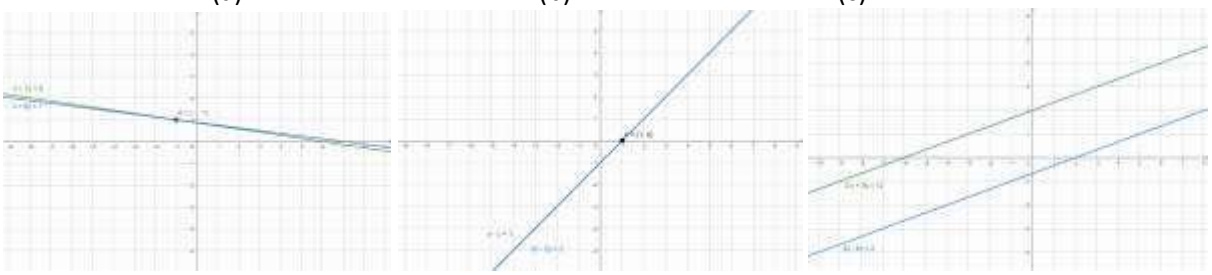
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Na tela do sistema, há os botões  e  Ao clicar em “VOLTAR”, o usuário será redirecionado ao MENU, ao clicar em “Abrir o GeoGebra”, o usuário será direcionado ao site https://www.geogebra.org. Ao acessar a plataforma, é possível inserir as equações e montar o sistema para visualizar os gráficos correspondentes. Dessa forma, é possível obter a solução do sistema em formato gráfico, como indicado nos Gráfico 1.

O Gráfico 11(a), (b) e (c) mostra a solução do (SPD), (SPI) e (SI), respectivamente, da Figura 2(a), (b) e (c).

Gráfico 1 - (2X2)

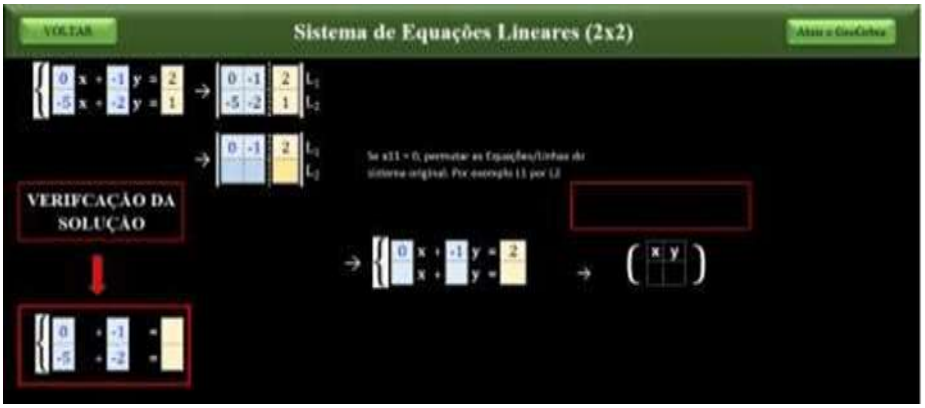
(a) (b) (c)



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Observação 2.1: Sendo o sistema do tipo $S:\begin{cases} 0x - y = 2 \\ -5x - 2y = 1 \end{cases}$, onde a matriz estendida é $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$. Neste caso, a calculadora sugere a permuta entre as linhas $L_1 \leftrightarrow L_2$, coforme citado na

Figura 2 – Permutar Linhas do Sistema (2X2) quando $a_{11} = 0$



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

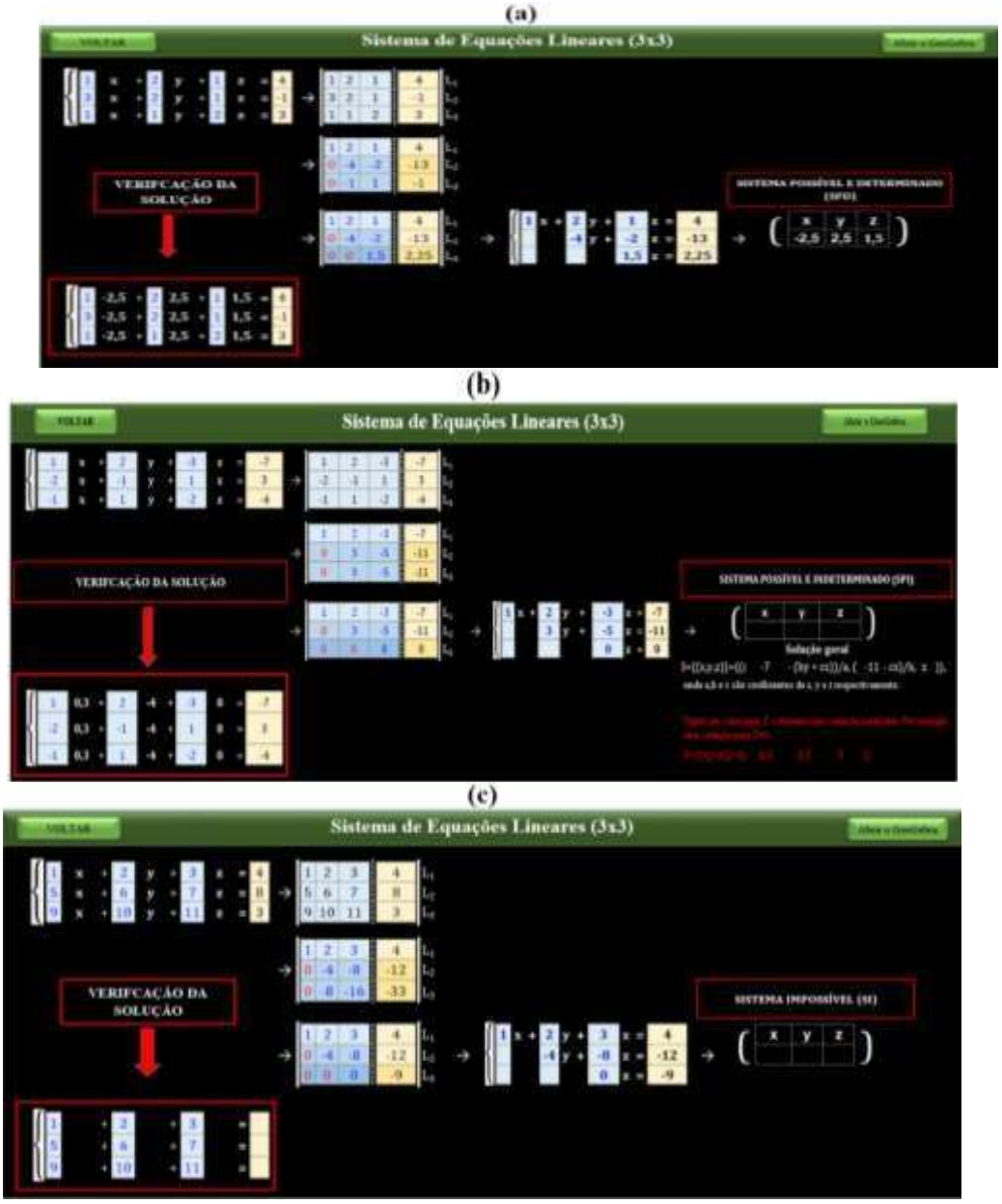
Uma vez, realizada a sugestão de permuta entre as linhas a calculadora fará os procedimentos mencionados anteriormente.

Nos exemplos seguintes mostraremos apenas o *layout* da resolução da CSLE.

Exemplo 2.2: Resolva os sistemas de equações lineares 3x3: (a) $\begin{cases} x+2y+z=4 \\ 3x+2y+z=-1 \\ x+y+2z=3 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x+2y-3z=-7 \\ -2x-y+z=3 \\ -x+y-2z=-4 \end{cases}$, ou (c) $\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ 5x+6y+7z=8 \\ 9x+10y+11z=3 \end{cases}$. A Figura 3, exibe o layout da resolução dos 3 exemplos indicados.

Figura 3 - Sistemas de Equações Lineares (3x3)

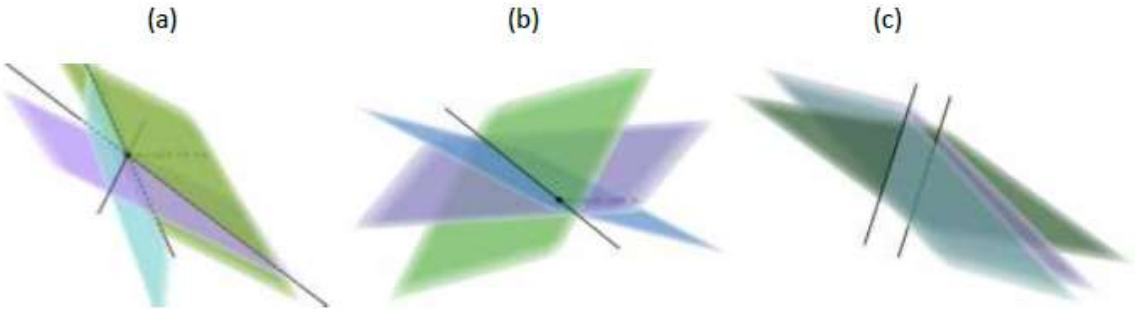


Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Os botões VOLTAR e Abrir o GeoGebra apresentados servem para voltar ao MENU e abrir o site https://www.geogebra.org, clicando em "VOLTAR" e "Abrir o Geogebra" respectivamente. Assim como no caso dos sistemas 2x2, é possível inserir as equações e montar o sistema para visualizar os gráficos correspondentes e, consequentemente, sua solução Gráfica, conforme indicado no Gráfico 2.

O Gráfico 22(a), (b) e (c), mostra a solução gráfica d (SPD), (SPI) e (SI), respectivamente indicado na Erro! Fonte de referência não encontrada..

Gráfico 2 - (3x3)

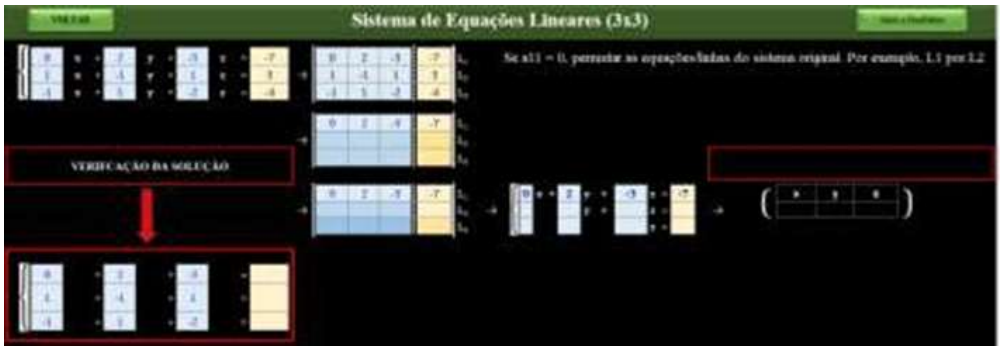


Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

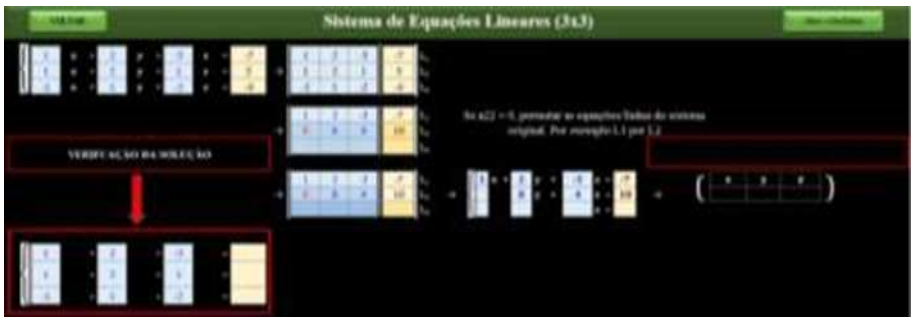
Observação 2.2: Se o usuário inserir um sistema onde o $a_{11} = 0$ e $a_{22} = 0$ da primeira e da segunda matriz,respectivamente, a CSLE exibirá a mensagem "*permutar as equações/linhas do sistema original. Por exemplo L_1 por L_2*", conforme Figura 4.

Figura 4 - Permutar Linhas do Sistema (3X3) quando $a_{11} = 0$

(a)



(b)



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Fica como exemplo para o leitor resolver sistemas de equações lineares de ordens 4x4 e 5x5.

A utilização da CSLE como ferramenta para resolver sistemas de equações lineares no ambiente escolar traz benefícios significativos para os alunos, permitindo uma abordagem mais dinâmica, visual e tecnologicamente atualizada para o ensino da matemática. Isso auxilia no desenvolvimento de habilidades matemáticas e tecnológicas dos estudantes, preparando-os para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo.

3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD)

Nesta seção, apresentamos uma sequência didática, tendo como objetivo a resolução de sistemas de equações lineares de ordens , , pelo método de

Gauss. Tal método será operacionalizado por meio da CSLE, desenvolvida no ambiente do Excel.

Ressaltamos que os conceitos e características das sequências didáticas são inspirados nos teóricos Zabala (1998) e Oliveira (2013).

- **O que são sequências didáticas?**

As sequências didáticas são estratégias pedagógicas que visam organizar e planejar o ensino de forma sequencial, promovendo a aprendizagem significativa dos alunos. Os teóricos Zabala (1998) e Oliveira (2013) contribuíram com importantes conceitos e características para o desenvolvimento dessas sequências.

Segundo Zabala (1998), as sequências didáticas devem ser estruturadas em torno de um tema gerador, que desperte o interesse e a curiosidade dos alunos. Esse tema deve ser relevante e relacionado com a realidade dos estudantes, promovendo a contextualização e a aplicação dos conhecimentos.

Oliveira (2013), por sua vez, destaca a importância da interdisciplinaridade nas sequências didáticas. Ele defende a integração de diferentes áreas do conhecimento, promovendo a conexão entre os conteúdos e estimulando uma visão mais ampla e integrada do saber.

Ambos os teóricos ressaltam a importância da participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem. Zabala (1998) destaca a necessidade de promover a autonomia e a reflexão dos estudantes, incentivando a construção do conhecimento de forma colaborativa. Oliveira (2013) enfatiza a importância de atividades diversificadas e desafiadoras, que estimulem a criatividade e o pensamento crítico dos alunos.

Em resumo, as sequências didáticas são caracterizadas pela organização sequencial do ensino em torno de um tema gerador, pela participação ativa dos alunos e pela promoção da aprendizagem significativa e contextualizada.

O estudo de sistemas de equações lineares é um tema importante no ensino médio de Matemática. Com o objetivo de auxiliar os professores a diversificarem suas aulas e promover um aprendizado mais interativo e dinâmico, propõe-se uma sequência didática que utiliza os softwares Excel e o GeoGebra.

- **Objetivos da sequência didática**

O principal objetivo dessa sequência é fornecer aos alunos a oportunidade de explorar e compreender os conceitos relacionados a sistemas de equações lineares por meio de atividades práticas e envolvendo o uso das tecnologias mencionadas. Além disso, espera-se que os estudantes possam aplicar os conhecimentos adquiridos em diferentes contextos e resolver exercícios relacionados ao tema.

- **Organização das aulas**

A sequência será dividida em três encontros de 50 (cinquenta) minutos cada, nos quais serão apresentados conceitos e atividades específicas. Antes de iniciar cada aula, é essencial que o professor dedique um tempo para revisitar conceitos-chave, expor as configurações e fornecer exemplos relevantes do conteúdo que será trabalhado.

- **Material a ser utilizado**

Os materiais necessários para a atividade incluem um quadro branco, um apagador para quadro branco, um pincel, notebooks, smartphones ou tablets. O acesso à internet é opcional, uma vez que o arquivo da CSLE roda no Excel.

- **Público-alvo**

Tendo como público-alvo alunos da 2ª ou 3ª séries/ano do ensino médio, que possuem pouca familiaridade ou vivência com o conteúdo referente a matrizes e sistemas de equações lineares.

Nesse encontro, os alunos revisitarão os sistemas de equações lineares por meio de uma breve explicação teórica e exemplos práticos. Utilizando o software GeoGebra link: https://www.geogebra.org/calculator, eles poderão visualizar o conceito de solução de sistemas de equações lineares com ordens 2x2 e 3x3 de forma interativa.

Dicas para o encontro:

1. Apresentar conceitos básicos de sistemas de equações lineares e sua importância nos problemas do cotidiano.

Exemplo 3.1: Suponha que você esteja organizando um evento de música. Você sabe que os ingressos para o setor VIP custam R$ 100,00 e os ingressos para o setor geral custam R$ 50,00. No total, foram vendidos 300 ingressos, arrecadando R$ 28.000,00 de receita. Você gostaria de saber quantos ingressos de cada tipo foram vendidos.

Solução: Considere x, como o número de ingressos VIP e y, como o número de ingressos do setor geral.

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ 100x + 50y = 28000 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema tem-se **x = 260** e $y = 40$.

Portanto, foram vendidos 260 ingressos VIP e 40 ingressos do setor geral.

2.Ensinar a representação de sistemas de lineares na forma matricial e em equações.

Exemplo 3.2: Represente o sistema de equação linear $S: \begin{cases} x + y = 300 \\ 100x + 50y = 28000 \end{cases}$ na forma matricial (FM) e na forma de matriz estendida (FE).

Solução: FM: $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 100 & 50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300 \\ 28000 \end{bmatrix}$ e **FE:** $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 300 \\ 100 & 50 & 28000 \end{bmatrix}$

3. Fazer exemplos de resolução de sistemas de equações lineares pelo método do escalonamento para a compreensão inicial.

Exemplo 3.3: Resolva o sistema $S: \begin{cases} x + y = 300 \\ 100x + 50y = 28000 \end{cases}$ pelo método de Gauss.

Solução:

Passo 1- Encontrando a matriz estendida A do sistema **S:** $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 300 \\ 100 & 50 & 28000 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix}$

Passo 2 - Encontrando a Matriz B oriunda da matriz A por meio dos seguintes cálculos:

$L_1^{(B)} = L_1^{(A)}$ e $L_2^{(B)} = L_2^{(A)} - \left(\frac{a_{21}}{a_{11}}\right)^{(A)} . L_1^{(A)}$ Segue as operações para encontrar os elementos de

L_2 (B) $a_{21} = 100 - \left(\frac{100}{1}\right) . 1 = 0, a_{22} = 50 - \left(\frac{100}{1}\right) . 1 = -50$ $a_{23} = 28000 - \left(\frac{100}{1}\right) . 300 = -2000$

Daí, temos que $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 300 \\ 0 & -50 & -2000 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix}$

Passo 3 – Transformar a matriz B no sistema escalonado S_1: $S_1 \begin{cases} x + y = 300 \\ -50y = -2000 \end{cases}$

Passo 4 - Resolvendo o sistema pela substituição das variáveis, temos que da segunda equação, $-50y = -2000$, tem-se que $y = 40$. Substituindo y em $x + y = 300$, implica que $x = 260$. Portanto, a solução é $S = \{(260, 40)\}$.

Passo 5 - Verificação da solução**:**

Substituindo os valores de x e y no sistema original, tem-se:

$$\begin{cases} 260 + 40 = 300 \ (verdadeira) \\ 100.260 + 50.40 = 26000 + 2000 = 28000 \ (verdadeira) \end{cases}$$

Verificada as igualdades em ambas as equações, portanto, o sistema tem solução $S = \{(260, 40)\}$

Após essa explanação, o docente deve conduzir questionamentos aos alunos acerca de sistemas de equações lineares, visando engajá-los e estimulá-los a se tornarem protagonistas em seu próprio processo de aprendizagem.

ENCONTRO 2: Resolução de sistemas de equações lineares pelo método do escalonamento ou método de Gauss com a

Nesse encontro, os alunos aplicarão o conhecimento adquirido para resolver sistemas de equações lineares com o software CSLE. O docente fornecerá exercícios práticos para que os alunos usem fórmulas e recursos da CSLE para encontrar as soluções. As atividades podem ser realizadas em sala ou no laboratório de informática, pois a CSLE pode ser acessada offline em dispositivos móveis.

A seguir será indicado alguns procedimentos para trabalhar na CSLE.

1. Explicar as principais funções e recursos da CSLE, como a inserção de dados, a definição das equações e a obtenção das soluções.

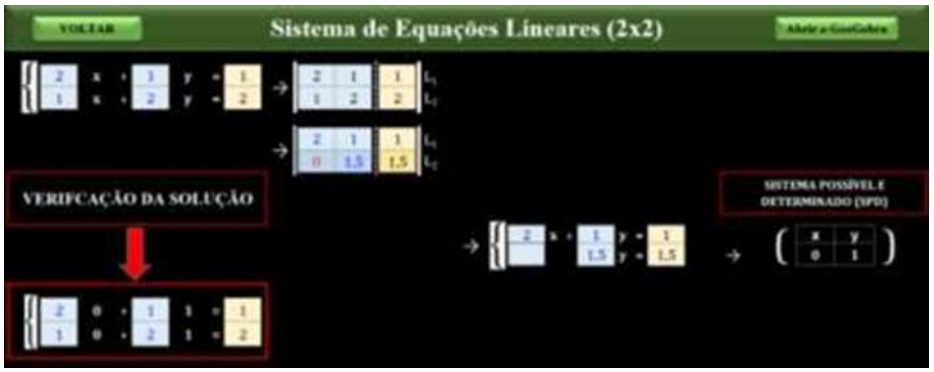
O professor socilita aos alunos que abra a CSLE pelo link: CSLE Oficial.xlsx. Após abrir a CSLE será exibido a *interface* conforme Figura 1.

Em seguida, são sugeridos três problemas envolvendo sistemas de equações lineares 2x2, preferencialmente um SPD, SPI e SI.

Exemplo 3.4: Resolva o sistema linear $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$ e represente geometricamente sua solução.

Nesta situação, os alunos devem clicar no sistema $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = \beta_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = \beta_2 \end{cases}$ onde serão direcionados para a Figura 15. Nesta, faz-se a inserção dos coeficientes e os termos independentes das equações. Após isso, imediatamente será resolvido o sistema, conforme Figura 15.

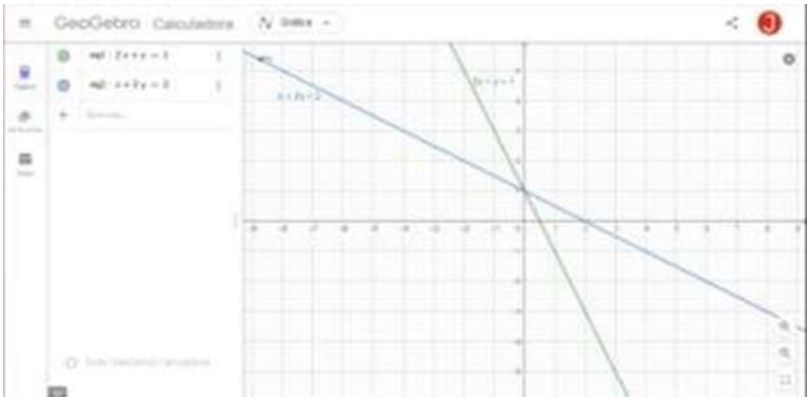
Figura 15 – Exemplo 3.4 (SD)



Nesse momento, orienta-se que o docente faça a exposição dos cálculos no quadro branco para melhor compreensão.

Para a representação geométrica os alunos devem clicar em “Abrir o GeoGebra”, onde serão direcionados para o endereço eletrônico https://www.geogebra.org/calculator e, uma vez neste ambiente, pode-se montar o sistema inserindo as equações e a solução geométrica será exposta, conforme citado na Figura.

Figura 13 - Solução Gráfica Exemplo 3.4 - (SD)



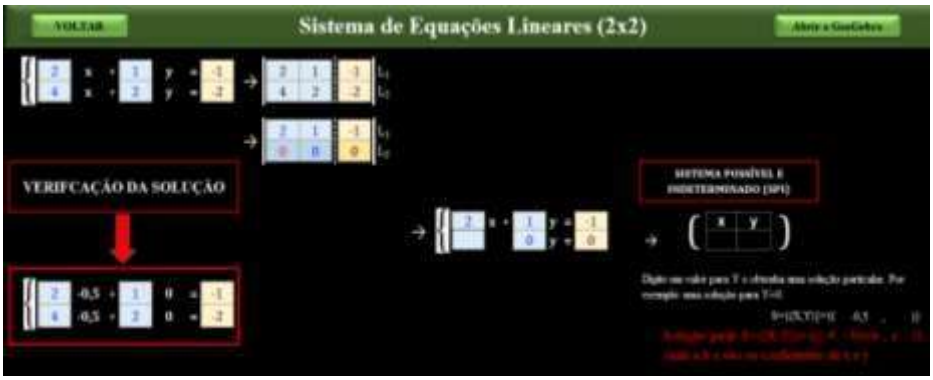
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Os alunos serão incentivados a explorar o *software* GeoGebra. Algumas ações neste sentido podem ser tomadas, como por exemplo, encontrar e marcar o ponto de interseção entre as retas. Essa atividade permite confirmar que o sistema é possível e determinado.

Exemplo 3.5: Resolva o sistema linear $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 4x + 2y = -2 \end{cases}$ e represente geometricamente sua solução.

Nesse momento, orienta-se que os docentes façam a apresentação dos cálculos no quadro branco para melhor compreensão, ou seja, encontrar a solução geral $S = \left\{\left(-\frac{y+1}{2}, y\right)\right\}$. $S = \left\{\left(-\frac{y+1}{2}, y\right)\right\}$. Em seguida, deve ser apresentada pelo menos uma solução particular, substituindo valores reais em , encontrando o par ordenado (x, y) que reflete a solução do sistema. Por exemplo, para tem-se o par como solução particular.

Figura 6 - Exemplo 3.5 (SD)

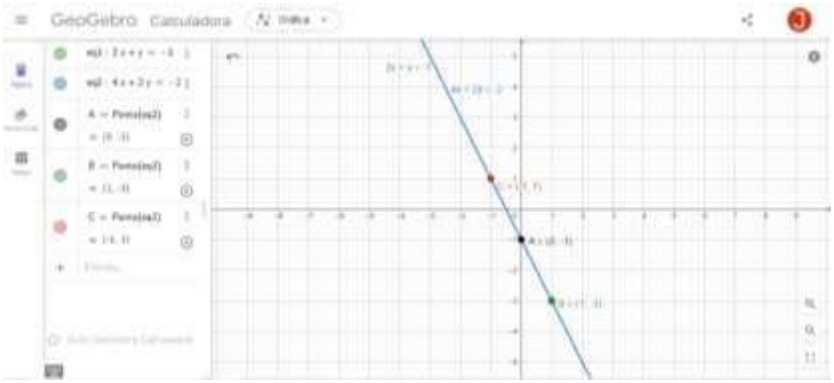


Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Finalmente, deve-se sugerir que os discentes resolvam o sistema no GeoGebra visualizarem a solução gráfica. Nesse casso, será notado que as retas que compõem o sistema são coincidentes, levando a ter

uma infinidade de soluções. Por exemplo, os pontos A, B e C são soluções do sistema, como indicado na Figura 7.

Figura 7 - Solução Gráfica Exemplo 3.5 - (SD)

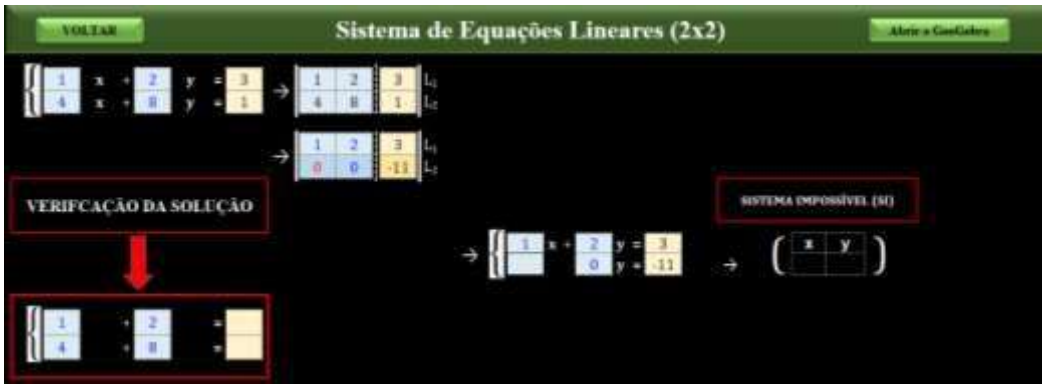


Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Exemplo 3.6: Resolva o sistema linear $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x + 8y = 1 \end{cases}$ e represente geometricamente sua solução.

Neste exemplo, orienta-se que os alunos resolvam o sistema pelo método do escalonamento, sem a ajuda da CSLE. Em seguida, resolvam o sistema na CSLE para visualizar a solução e confirmar que o sistema impossível (SI), ver Figura 54.

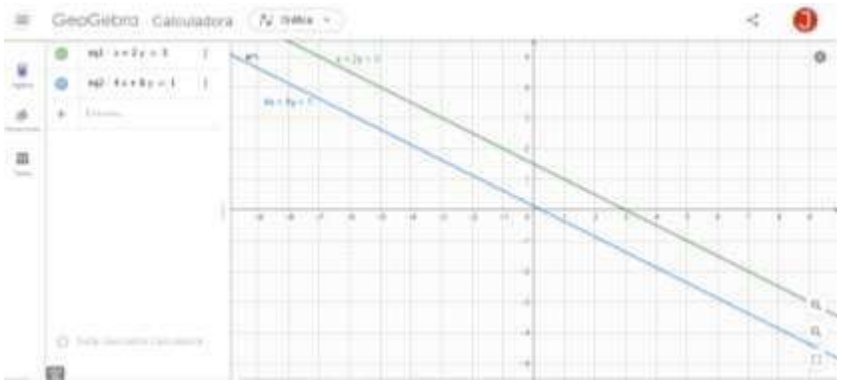
Figura 8 - Exemplo 3.6 (SD)



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Após a etapa anterior, pede-se para resolverem o sistema no GeoGebra para confirmarem o paralelismo das retas que compõem o sistema, (Figura 17) tornando o sistema sem solução.

Figura 17 - Solução Gráfica Exemplo 3.6 - (SD)



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

ENCONTRO 3: Aplicação de sistemas de equações

No terceiro encontro, os alunos resolverão problemas práticos de sistemas de equações lineares utilizando o GeoGebra e a CSLE. Eles trabalharão com sistemas de 3x3, 4x4 e 5x5, experimentando diferentes abordagens e solucionando situações do mundo real

Exemplo 3.7: O sistema de equações lineares, $\begin{cases} x + 2y - z + 4w + v = 7 \\ 2x - y + 3z - 2w - 3v = -1 \\ 3x + 4y - 2z + 5w + v = 11 \\ 4x + y - z - 3w + 2v = 3 \\ x - 3y + 2z + 2w - v = 1 \end{cases}$ modela as distribuições de recursos entre cinco departamentos de uma empresa. Cada equação corresponde aos recursos transferidos entre os departamentos e suas demandas específicas. As incógnitas são as quantidades de recursos alocados para cada departamento. Resolva o sistema para determinar as alocações ideais de recursos para atender às demandas de todos os departamentos. **Resposta**: $S = \{(1,\ 1,1,1,1\ )\}$

Exemplo 3.8: Imagine um cenário em que uma empresa de produção precisa resolver um sistema de equações lineares para determinar quantidades desconhecidas de materiais necessários na fabricação de seus produtos. O sistema linear *S* representa a relação entre as quantidades de três tipos diferentes de materiais, denotados como , e , necessários $x\ \ y\ \ \ z$

para produzir três produtos distintos (A, B e C).

As equações são compostas com base nas quantidades específicas desses materiais necessárias para cada produto e são representadas como:

$$S: \begin{cases} 2x + 3y + 4z = A \\ x + 2y + 8z = B \\ x + y + 4z = C \end{cases}$$

Quais os valores de x, y e z ,e z representam as quantidades desconhecidas de cada material necessário para produzir os produtos, para , $A = 9, B = 11$ e $C = 6$ e Resolver esse sistema linear ajudará a empresa a determinar a quantidade máxima de cada produto que pode ser fabricada, levando em consideração as restrições de recursos de materiais disponíveis. **Resposta:** $S = \{(1,1,1\ )\}$

Exemplo 3.9: Em uma loja de um shopping são vendidos camisas, short e pares de sapatos. Em uma determinada semana foram vendidos 2 camisas, 30 shorts e 8 pares de sapatos, totalizando R$ 3.500,00. Na segunda semana, foram vendidos 3 camisas, 20 shorts e 1 par de sapatos, totalizando R$ 2.000,00. Na terceira semana, foram vendidos 1 camisa, 40 shorts e 2 pares de sapatos, totalizando R$ 3.000,00. Qual é o preço individual das camisas, shorts e sapatos?

Resposta: camisa R$ 200,00, short R$ 62,00 e sapato R$ 154,00.

4. METODOLOGIA

Esta seção descreve o tipo de estudo realizado (descritiva, quantitativa e estudo de caso), o local onde a pesquisa foi conduzida (Escola Estadual no Município de São Fernando/RN) e o instrumento utilizado para a coleta de dados (questionários). A pesquisa envolveu entrevistas com alunos da 3ª Série do Ensino Médio antes e após a apresentação da CSLE, visando avaliar o impacto da intervenção pedagógica na aprendizagem dos estudantes.

Tipo de estudo

Esta pesquisa é baseada em entrevistas com alunos da 3ª Série do ensino médio da escola antes e após apresentação da CSLE, portanto, considerando o auxílio da CSLE para resolução de sistemas de equações lineares pelo método do escalonamento, caracteriza-se, portanto, em uma pesquisa descritiva, e estudo de caso de natureza quantitativa.

Segundo Gil (1999), a pesquisa descritiva tem como meta principal a descrição das características de determinada população ou fenômeno, bem como estabelecer conexões entre variáveis. Esse tipo de pesquisa foca em detalhar um fenômeno ou situação específica, enfatizando o que está ocorrendo. Seu propósito é captar com exatidão as particularidades de indivíduos, situações ou grupos, e esclarecer as relações existentes entre os eventos observados.

O estudo de caso visa coletar dados detalhados e sistemáticos acerca de um fenômeno específico. Esse método se destaca por sua abordagem contextual, enfocando na interpretação das

representações e na dinâmica do contexto real. Ele permite investigações profundas e minuciosas sobre um ou mais sujeitos de estudo, propiciando um entendimento abrangente e minucioso (Gil, 2002).

Lócus da pesquisa

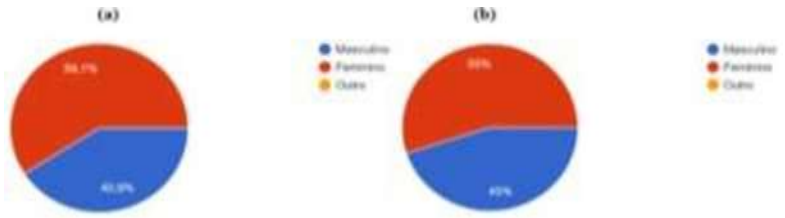
A pesquisa foi realizada em uma escola estadual localizada no município de São Fernando, no estado do Rio Grande do Norte. A escola foi fundada na década de 1940 e homologada em 1988. Inicialmente, possuía apenas uma sala de aula e uma residência para o professor, mas atualmente conta com 5 salas de aula, laboratório de informática, cozinha, refeitório, secretaria, sala de direção, área de lazer e outras instalações.

Sujeitos da pesquisa

A escola estadual de São Fernando/RN atende a 135 estudantes, com maioria da zona urbana. A pesquisa se concentra em 25 alunos da 3ª Série do Novo Ensino Médio (NEM) de 2023, filhos de famílias de baixa renda (1 a 3 salários-mínimos), com pais que trabalham como agricultores, empresários, servidores públicos e operários fabris.

De acordo com o questionário aplicado antes da apresentação da CSLE, 22 dos participantes responderam à pesquisa: Gráfico 1(a) e o aplicado depois, 20 alunos responderam à pesquisa: Gráfico 1(b), apresentam o seguinte perfil.

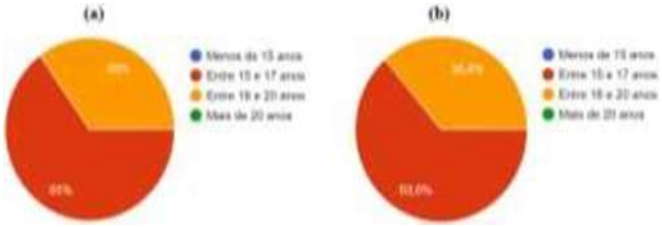
Gráfico 1 - Gênero dos participantes



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Percebe-se que 59,1% e 55% dos entrevistados são do gênero feminino, e 40,9% e 45% do gênero masculino, no primeiro e segundo questionário respectivamente. Nesses dados, pode-se confirmar a hegemonia da participação feminina na turma da 3ª série do ensino médio da escola.

Gráfico 8 - Idade dos participantes



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Todos os discentes têm menos de 20 anos de idade, sendo que 63,6% e 65% Gráfico 8(a) e 8(b) respectivamente, têm entre 15 e 17 anos e 36,4% e 35% Gráfico 8(a) e Gráfico 8(b) respectivamente, têm entre 18 e 20 anos. Compreende-se que existe possivelmente uma distorção de idade-série, em relação ao atraso escolar de 1 ou 2 anos.

Na escola onde ocorreu a pesquisa, há 11 professores, todos com graduação. Dentre esses, 10 são especialistas e 3 são mestres, atuando em suas respectivas áreas do conhecimento. Além disso, destaca-se a equipe pedagógica da escola que é composta por 6 profissionais, incluindo a diretoria (diretor e vice), coordenadoria pedagógica (coordenada e apoio), coordenadoria financeira e a insperção escolar, que atuam no auxílio e acompanhamento dos professores e estudantes.

Instrumento utilizado para recolhimento dos dados

A coleta de dados foi realizada por meio de questionários pelo Google *Forms* para avaliar a aceitação da CSLE pelos alunos. Foram aplicados dois questionários: um antes da apresentação da CSLE e outro após. O primeiro questionário identificou o nível de conhecimento prévio dos alunos em relação aos sistemas de equações lineares e sua resolução. O segundo questionário, aplicado após a apresentação do uso da CSLE, avaliou o impacto da intervenção pedagógica na aprendizagem dos alunos. A combinação desses questionários permitiu uma análise entre a percepção inicial e a percepção dos alunos após a aplicação da sequência didática, fornecendo informações fundamentais para avaliar as percepções dos alunos e compreender os impactos do uso da CSLE no processo de aprendizagem.

5. ANÁLISE DOS DADOS

Esta seção analisa os dados coletados por meio de questionários aplicados antes e depois da sequência didática sobre sistemas lineares. O objetivo é entender como os alunos percebem a abordagem de aprendizado e identificar possíveis dificuldades que enfrentam ao resolver sistemas por escalonamento. A resolução de sistemas de equações lineares é uma habilidade fundamental, mas

muitos estudantes enfrentam dificuldades devido à complexidade dos cálculos ou falta de compreensão dos conceitos subjacentes.

Alguns estudos têm sido realizados nessa temática, buscando compreender as dificuldades dos alunos e propor estratégias de ensino mais eficazes. Um desses trabalhos é o de Chiari (2011), que investiga as dificuldades específicas enfrentadas pelos alunos ao resolver sistemas por escalonamento. Assim, (Chiari, 2011, p. 140) afirma que

> o trabalho em relação ao tema sistemas lineares não pode e não deve parar por aqui. O que nosso trabalho abordou foi uma pequena parte do que poderia ser explorado em relação a esse tema de estudo. Outras abordagens poderiam ser feitas, como o trabalho com situações contextualizadas, o trabalho com a interpretação geométrica de sistemas lineares 3x3, no qual haveria a possibilidade de conexão com a geometria analítica, a exploração de sistemas de ordens de grandeza distintas de 3x3, a exploração de sistemas cujo número de equações seja diferente do número de incógnitas e outras mais (Chiari, 2011, p. 140).

Nesse sentido, (Santos, 2016, p. 69) complementa:

> É essencial conhecer a teoria por trás dos resultados, a ferramenta deve trazer consigo motivação e interesse para voos mais longos, partindo do ponto de vista que é possível resolver questões extremamente grandes e complexas.
>
> A utilização da informática no ensino-aprendizagem da matemática, sendo feita da forma correta, pode contribuir para o melhor desempenho do aluno, despertando sua habilidade de pensar matematicamente, de forma a ver os conceitos matemáticos ligados ao mundo real (Santos, 2016, p. 69).

Ao analisar os resultados desses estudos, é possível identificar padrões e tendências que podem auxiliar na elaboração de abordagens pedagógicas mais eficientes. A aplicação de questionários antes e depois da sequência didática permite avaliar o progresso dos alunos, bem como identificar possíveis lacunas de conhecimento que precisam ser abordadas.

Por meio dessa análise, esperamos contribuir para o aprimoramento do ensino de sistemas lineares, orientando a elaboração de abordagens pedagógicas mais eficazes.

Dados Relativos aos Objetivos da Pesquisa Antes da Apresentação da CSLE

No dia 16 de agosto de 2023, foi aplicado um questionário a 22 alunos da 3ª Série da escola estadual de São Fernando/RN, durante a aula de Matemática. O objetivo era avaliar o conhecimento prévio dos alunos sobre sistemas de equações lineares e suas formas de resolução. As perguntas buscaram coletar informações sobre o entendimento dos conceitos, expectativas e dificuldades dos alunos. Os resultados forneceram um panorama inicial do conhecimento dos alunos, permitindo orientar a abordagem pedagógica e identificar pontos de atenção. O questionário foi fundamental para levantar

dados e analisar habilidades e dificuldades dos alunos, permitindo um ensino mais eficaz e personalizado. O primeiro questionamento abordou o nível de familiaridade com sistemas de equações lineares, conforme mostrado no Gráfico 2.

Gráfico 2 - Qual é o seu nível de familiaridade com sistemas de equações lineares?



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

O Gráfico 2 mostra que a maioria dos alunos da 3ª Série do Ensino Médio da escola tem um nível de familiaridade básico com sistemas de equações lineares. Isso indica que os alunos têm um conhecimento inicial, mas precisam aprofundar seus conhecimentos. A análise sugere que o ensino deve ser direcionado com estratégias que considerem o nível de conhecimento inicial dos alunos, oferecendo revisão consistente para os alunos com conhecimento básico e desafios para os alunos com níveis mais avançados. Além disso, é necessário oferecer suporte adequado para os alunos que enfrentam dificuldades e identificar lacunas de conhecimento para proporcionar estratégias de ensino diferenciadas. A análise do Gráfico 9 fornece uma visão inicial do cenário de familiaridade dos alunos e é valiosa para direcionar o planejamento de aulas, atividades e avaliações. O Gráfico 10 discorreu sobre o qual método de resolução de sistemas de equações lineares mais usado pelos alunos.

Gráfico 3 - Como você normalmente resolve sistemas de equações lineares?

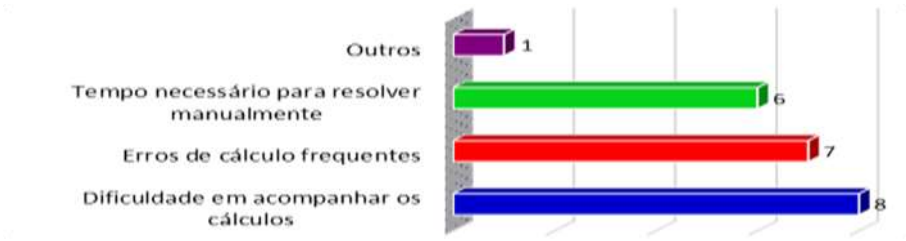


Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Os dados do Gráfico 3 revelam que a maioria dos alunos recorre a métodos tradicionais, como substituição e adição, para resolver sistemas de equações lineares. Isso sugere que, ao planejar o ensino, é fundamental abordar esses métodos de forma sólida, garantindo que os alunos

compreendam os fundamentos e saibam aplicá-los corretamente. Além disso, é importante explorar o potencial das ferramentas tecnológicas, promovendo a conscientização sobre suas vantagens e limitações, e incentivando a utilização responsável e eficaz. O terceiro questionamento se deu sobre os desafios enfrentados pelos alunos ao resolver sistemas de equações lineares manualmente, a devolutiva apresenta as seguintes respostas (Gráfico 4).

Gráfico 4 - Quais desafios você enfrenta ao resolver sistemas de equações lineares manualmente?



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

O Gráfico 4 revela que os alunos enfrentam dificuldades significativas ao resolver sistemas de equações lineares manualmente, incluindo erros frequentes, gestão do tempo e outros obstáculos. Isso destaca a importância da precisão, perseverança e busca por eficiência em matemática e na vida cotidiana. Já o Gráfico 5 apresenta as expectativas dos alunos em relação ao uso da CSLE para resolver sistemas de equações lineares.

Gráfico 5 - Qual é a sua expectativa em relação ao uso da CSLE?



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

O Gráfico 5, nos mostra como a tecnologia tem influenciado a maneira como abordamos e resolvemos problemas matemáticos. Embora a CSLE traga benefícios, é fundamental buscar um equilíbrio entre o uso dessa ferramenta e o desenvolvimento de habilidades conceituais, garantindo uma compreensão completa e profunda dos sistemas de equações lineares. O quinto questionamento aludiu sobre as pespectivas de utilização da CSLE e na comprensão de sua utilização para resolver sistemas de equações lineares. As devolutivas são apresentadas no Gráfico 6.

Gráfico 6 - Como você acredita que a utilização da CSLE pode afetar sua compreensão sobre como resolver sistemas de equações lineares?



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

O Gráfico 6 destaca que a maioria dos alunos acredita que a CSLE ajuda a entender o algoritmo de resolução de sistemas de equações lineares. No entanto, é importante notar que a dependência excessiva da ferramenta pode ser prejudicial. É fundamental encontrar um equilíbrio entre o uso da CSLE e o desenvolvimento de habilidades matemáticas para garantir uma compreensão profunda e completa do assunto.

Dados relativos aos objetivos da pesquisa depois da apresentação da CSLE

No dia 18 de agosto de 2023, foi aplicado o segundo questionário a 20 alunos da 3ª Série do Ensino Médio, durante a aula de Matemática. O objetivo era coletar percepções sobre o uso da Calculadora de Sistemas Lineares (CSLE) na resolução de sistemas de equações lineares por escalonamento. As perguntas abordaram aspectos como facilidade de uso, clareza das informações, rapidez na resolução e impacto na compreensão dos conceitos matemáticos. O questionário foi elaborado para entender o nível de percepção dos alunos sobre a CSLE e suas opiniões sobre sua eficiência. As respostas estão expostas no Gráfico 7 e fornecem uma análise precisa das percepções dos alunos sobre o uso da CSLE.

Gráfico 7 - Percepções dos alunos sobre a utilidade da CSLE (I)



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Com base no Gráfico 7, os alunos consideram a CSLE uma ferramenta extremamente útil para resolver sistemas de equações lineares. 100% deles concordam que a CSLE facilita a resolução, é mais eficiente que a resolução manual, simplifica o processo e é útil para resolver sistemas de equações lineares. Esses dados mostram que a CSLE traz benefícios claros no processo de resolução, segundo a percepção dos estudantes, reforçando a importância desse recurso tecnológico na educação

O segundo conjunto de perguntas abordou sobre agilidade no processo de resolução, chances de diminuir erros, confiabilidade e a facilidade de visualizar os passos na resolução de sistemas na CSLE, onde obteve-se as respostas de acordo com o Gráfico 15.

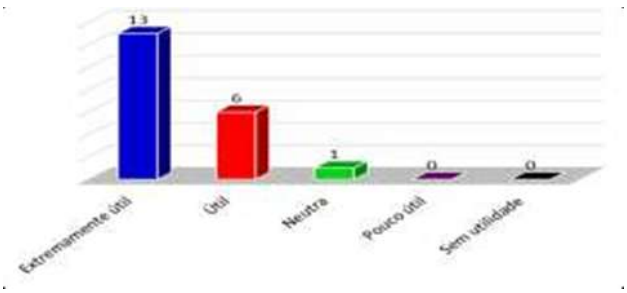
Gráfico 15 - Percepções dos alunos sobre a utilidade da CSLE (II)



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

O Gráfico 15 mostra que 98,75% dos alunos acreditam que a CSLE melhora a eficiência na resolução de sistemas de equações lineares, enquanto 1,25% discordam. Isso sugere que a maioria dos estudantes percebe a CSLE como uma ferramenta útil que agiliza o processo de resolução, tornando-o mais eficiente. No entanto, ainda existem alunos com opiniões neutras ou discordantes, destacando a importância de avaliar mais a fundo o impacto da CSLE e considerar as preferências individuais dos alunos. Para complementar o conjunto de perguntas perguntou- se sobre a utilidade da CSLE na perspectiva de avaliação da ferramenta. As respostas estão em acordo com Gráfico 8.

Gráfico 8 - Em sua opinião, qual é a utilidade da CSLE na resolução de sistemas de equações lineares?



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

O Gráfico 8 mostra que a maioria dos alunos (19) considera a CSLE extremamente útil ou útil para resolver sistemas de equações lineares. Nenhum aluno considerou a CSLE pouco útil ou sem utilidade. Isso sugere que a CSLE tem um impacto positivo na resolução de sistemas de equações lineares e é amplamente reconhecida pelos alunos como uma ferramenta útil. Essa percepção positiva reforça a relevância da CSLE no ensino e aprendizado de matemática.

O penúltimo questionamento abordou sobre a compreensão na resolução de sistemas de equações lineares por escalonamento no manuseio da CSLE. As devolutivas são apresentadas no Gráfico 17.

Gráfico 17 - Você acredita que a utilização da CSLE melhora sua compreensão sobre como resolver sistemas de equações lineares por escalonamento?

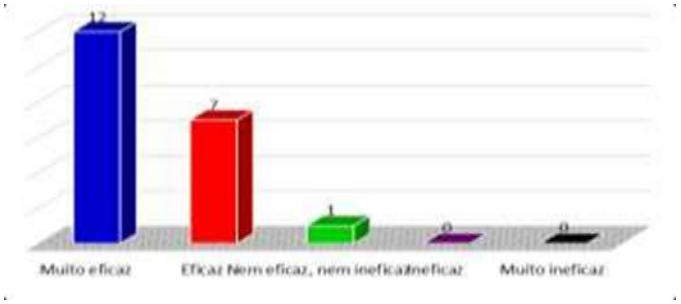


Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

De acordo com o Gráfico 17, 17 alunos concordam que a CSLE melhora sua compreensão na resolução de sistemas de equações lineares por escalonamento. Apenas 3 alunos responderam de forma neutra, enquanto nenhum discordou da afirmação. Isso sugere que a maioria dos alunos reconhece a utilidade da CSLE nesse contexto e acredita que ela contribui para melhorar a compreensão. Concluímos que a CSLE é percebida pelos alunos como uma ferramenta útil para melhorar a compreensão e a aprendizagem na resolução de sistemas, reforçando a relevância dessa ferramenta tecnológica no ensino de matemática.

O último questionamento discorreu sobre a eficácia da CSLE na obtenção de soluções de sistemas de equações lineares. As respostas estão expostas no Gráfico 18.

Gráfico 18 - Considerando sua experiência com a CSLE, qual é a sua opinião sobre a sua eficácia na obtenção de soluções corretas para sistemas de equações lineares?



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

De acordo com o Gráfico 18, 19 alunos consideram a utilização de sistemas de equações lineares muito eficaz ou eficaz para obter soluções. Apenas 1 aluno se mostrou neutro, enquanto nenhum aluno considerou a abordagem ineficaz. Isso indica que os alunos têm uma percepção positiva da utilização da CSLE, considerando-a uma abordagem eficiente e confiável para resolver problemas matemáticos.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo proporcionou uma abordagem sobre sistemas de equações lineares, explorando conceitos fundamentais, métodos de resolução, dando ênfase no método do escalonamento, e a aplicação de softwares como Excel e GeoGebra.

A contribuição principal desse estudo foi a criação CSLE, que vai além de resolver sistemas de equações lineares, classificando-os em SPD (Sistema Possível e Determinado), SPI (Sistema Possível e Indeterminado) e SI (Sistema Impossível). Além disso, o estudo também destacou a importância do uso do Geogebra, que auxilia no estudo desses sistemas por meio de representações gráficas.

Através da sequência didática proposta e aplicada, foi viável observar a eficácia do uso do Excel como ferramenta pedagógica para o ensino de sistemas lineares. A CSLE permitiu a resolução de sistemas de equações lineares de maneira ágil e visualmente interativa, proporcionando aos alunos uma compreensão mais profunda e prática dos conceitos estudados.

Os resultados obtidos na análise dos dados indicam que, na percepção dos alunos, houve uma melhoria significativa no entendimento sobre a resolução de sistemas de equações lineares após a utilização da CSLE. Alguns benefícios nas percepções relatados pelos alunos incluem: facilitação da resolução de sistemas lineares, maior eficiência na resolução por escalonamento auxiliada pela CSLE em comparação com a resolução manual, simplificação do processo de encontrar a solução, melhor

compreensão dos conceitos de sistemas lineares, agilização do processo de resolução, redução das chances de erros, facilitação da visualização dos passos de resolução dos sistemas, melhora na compreensão sobre como resolver sistemas por escalonamento e eficácia na resolução de sistemas de equações lineares. As informações coletadas evidenciaram nas percepções dos alunos um aumento notável no desempenho e na compreensão dos métodos de resolução, refletindo um impacto positivo na aprendizagem.

Para o futuro, é sugerida a continuação da abordagem metodológica atual, expandindo o uso de ferramentas tecnológicas como a CSLE e o GeoGebra para aprofundar a compreensão dos alunos sobre sistemas de equações lineares. Uma direção promissora é o aprimoramento da CSLE para resolver sistemas de ordens superiores, permitindo uma maior aplicação e exploração de sistemas complexos. Além disso, a pesquisa pode ser estendida para outras turmas ou contextos educacionais para validar e aprimorar os resultados.

Por fim, acredita-se que a combinação entre teoria, prática e o uso de recursos tecnológicos tem o potencial de tornar o ensino de sistemas de equações lineares mais dinâmico, acessível e enriquecedor para os estudantes, preparando-os de maneira mais eficaz para desafios matemáticos futuros.

7. REFERÊNCIAS

BASTOS, C. B; PINHEIRO, L. P. V; ARRUDA, S. C. Q. O uso do GeoGebra para o ensino de sistemas lineares - uma experiência no ensino médio. Relato de Experiência, Jornada de Estudos em Matemática, 2., 2016, Marabá. ISSN 2448-4342.

CHIARI, A. S. A Utilização do escalonamento na resolução de sistemas lineares por alunos do Ensino Médio. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal de Mato Grosso Do Sul, Campo Grande/MS, 2011. Disponível em: https:// grupoddmat.pro. br/wp-content/uploads/2017/03/Disserta%C3%A7%C3%A3o-2011.-CHIARI-A.-S.-143f.pdf, acesso em 22 dez. 2023

GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa/Antônio Carlos Gil. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIL, A. C. Métodos e técnicas de pesquisa social. 5.ed. São Paulo: Atlas, 1999. HEFEZ, A; FERNANDEZ, C. S. Introdução à álgebra linear. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

OLIVEIRA, M. M. Sequência didática interativa no processo de formação de professores. Petrópolis: Vozes, 2013.

SANTOS, L. C. Uma ferramenta computacional para o cálculo e treinamento do método de Gauss. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática), Macapá, 2016. Disponível em:https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=2744&id2=84240, acesso em 27 no. 2023.

SILVA, F. S. Microsoft Excel 2016 básico: para pessoas com deficiência visual: Educação Profissional: manual do aluno, InfoServer. Osasco, SP: Fundação Bradesco, 2017.

SOUZA, J. R. Novo Olhar matemática. 2. Ed. São Paulo: FTD, 2013.

VAN DE WALLE, John Arthur. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZABALA, A. A prática educativa como ensinar. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Reimpressão 2010. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Capítulo 6

10.37423/240809220

PROPOSTA DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS COM USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NO ENSINO MÉDIO

Pedro Marcelo Lima de Oliveira

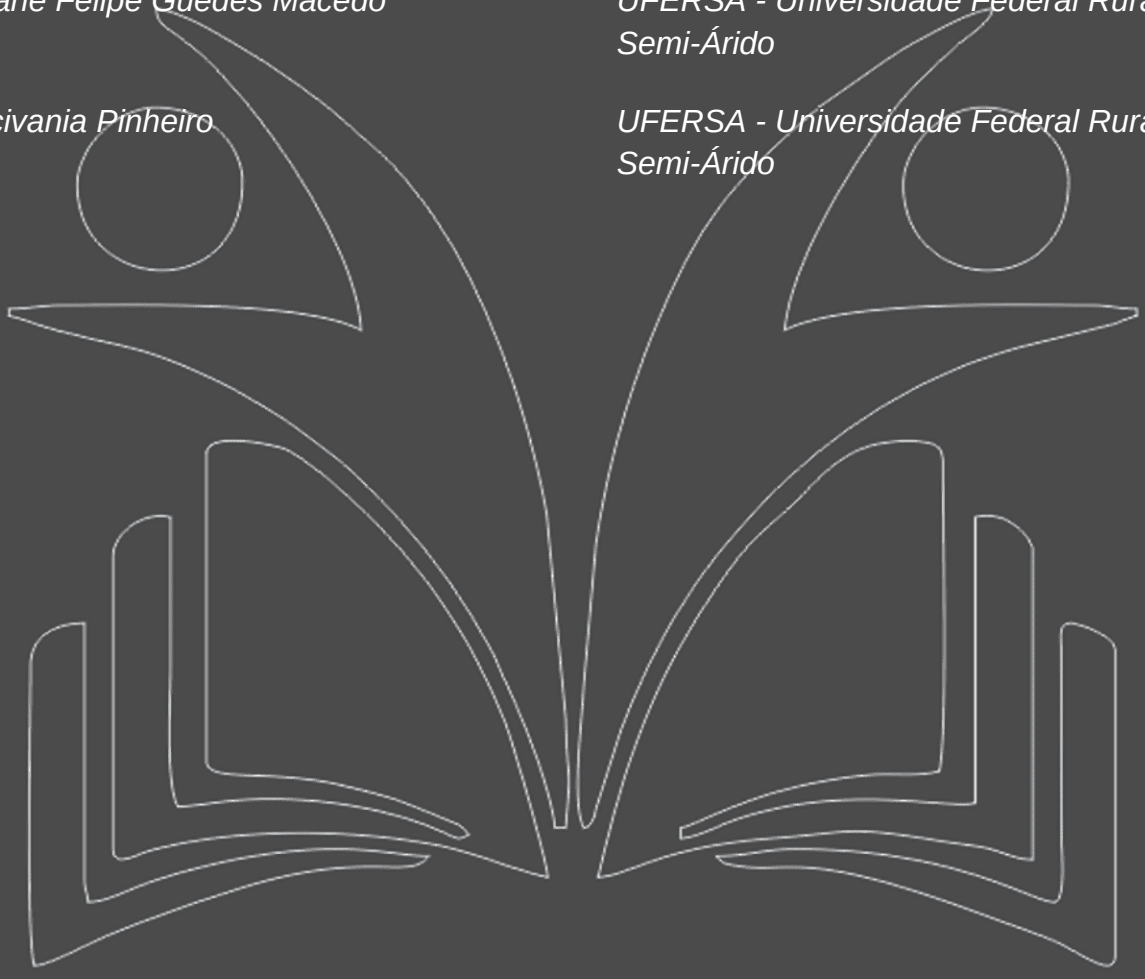
Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC-CE)

Maria Joseane Felipe Guedes Macêdo

UFERSA - Universidade Federal Rural do Semi-Árido

Antônia Jocivania Pinheiro

UFERSA - Universidade Federal Rural do Semi-Árido



Resumo: As sequências didáticas apresentadas nesta pesquisa abordam o uso da programação de "valores booleanos" do software GeoGebra para o ensino de Análise Combinatória. O objetivo é demonstrar o GeoGebra como uma ferramenta pedagógica eficaz na abordagem desse conteúdo, por meio de sequências didáticas estruturadas. São apresentadas três sequências didáticas aos alunos, abrangendo o Princípio Fundamental da Contagem e Diagrama de Árvore, Permutação, Permutação com Elementos Repetidos e Combinação Simples. Para cada sequência, são detalhados os objetivos, recursos, procedimentos metodológicos, links das atividades no GeoGebra, exercícios propostos e sugestões de avaliação. Ao acessar o link, o aluno é direcionado à interface do GeoGebra, onde um problema é apresentado. O aluno pode realizar a atividade quantas vezes julgar necessário, seguindo as instruções na tela. A avaliação desta proposta baseia-se na participação dos estudantes, na utilização do software GeoGebra e na resolução das atividades propostas.

Palavras-chave: *Software* GeoGebra. Tecnologias Digitais. Sequência Didática.

1. INTRODUÇÃO

As Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) vêm ganhando cada vez mais força no cenário das pesquisas educacionais, sendo consideradas ferramentas atrativas e significativas para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem dos alunos. O aumento na busca dessas tecnologias foi especialmente observado durante o período da pandemia de COVID-19, quando se procurava por novas ferramentas para aprimorar as aulas remotas.

Soares et al. (2015) afirmam que o uso das TDICs na educação amplia consideravelmente as possibilidades de desenvolvimento das habilidades dos alunos.

> Para que as TDICs sejam importante meio de fomento no desenvolvimento das habilidades do aluno, as práticas e recursos do processo educacional precisam ser reestruturados, acompanhando o avanço das tecnologias e o desenvolvimento das habilidades para seu uso (Soares et al., 2015, p. 1).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em sua implementação, já contempla competências e habilidades relacionadas ao uso crítico e responsável das TDICs em todas as áreas de ensino. Reforça-se, ainda, que as tecnologias devem estar presentes no cotidiano da escola, atuando como suporte para proporcionar uma aprendizagem mais significativa e atraente aos alunos. As TDICs são abordadas em diversas áreas do conhecimento, mas seu uso se destaca especialmente nas abordagens de práticas sociais. Conforme ressaltado pela Competência Geral 5 da BNCC, o aluno deve:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BNCC, 2018, p. 9).

Nesse sentido, o uso de tecnologia na educação não substitui a presença do professor, mas funciona como uma ferramenta de suporte para promover o fortalecimento da aprendizagem e despertar o interesse dos alunos sobre o conteúdo abordado. Ela permite o contato direto com situações-problema e possibilita uma abordagem mais interativa e dinâmica do ensino, contribuindo para tornar o processo de aprendizagem mais significativo.

Sabe-se que a utilização de recursos didáticos variados é uma abordagem eficaz para atender às necessidades de muitos alunos em sala de aula, uma vez que permite que eles tenham contato com diferentes formas de aprendizado. Nesse sentido, é fundamental que os professores busquem integrar uma variedade de recursos metodológicos ao desenvolver sequências didáticas, incluindo software,

materiais de escrita, calculadoras, objetos concretos, acompanhamentos, entre outros, a fim de promover uma compreensão mais abrangente dos conteúdos ensinados.

Desde 2010, quando iniciei minha carreira docente, tive o meu primeiro contato com turmas da 2ª série do Ensino Médio, em que o primeiro conteúdo a ser trabalhado era Análise Combinatória. Nesse período, pude perceber a grande dificuldade que os alunos apresentavam em relação a esse conteúdo, principalmente em relação ao raciocínio e compreensão dos exercícios. Conversando com outros professores que já haviam trabalhado esses assuntos, percebi que muitos evitavam o conteúdo em seus planejamentos e, quando era abordado, faziam de forma superficial, limitando-se ao uso de fórmulas e do livro didático.

O estudo de Análise Combinatória ganhou maior importância com a homologação, em 2018, da BNCC. A partir dessa homologação, os alunos passaram a ter acesso a conceitos de contagem, noções de acaso, ideias de aleatório em situações do cotidiano e análise das chances de ocorrer um evento, já nos anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018).

A referida proposta faz parte da dissertação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT do primeiro autor (Oliveira, 2023), na qual foram propostas sequências didáticas com uso do software GeoGebra para o ensino de Análise Combinatória no Ensino Médio.

Nesse contexto, o objetivo principal deste estudo é apresentar três sequências didáticas de fácil acesso que abordam os conteúdos de Análise Combinatória com o uso do software GeoGebra, com o intuito de auxiliar professores e alunos a obterem melhor desempenho no assunto. Trabalhar com esse conteúdo é fundamental na preparação de qualquer aluno que tenha interesse em prestar concursos públicos ou vestibulares.

Essas sequências didáticas serão compostas por seus objetivos específicos, sugestões de recursos, procedimentos metodológicos, proposta de avaliação e utilização do software GeoGebra, além de exercícios que os alunos podem acessar através dos Apêndices da dissertação de Oliveira (2023). Também serão apresentados procedimentos metodológicos de como os professores podem utilizar essas sequências em suas aulas.

As sequências didáticas serão distribuídas em duas ou três aulas de cinquenta minutos cada, assegurando que os alunos tenham tempo suficiente para se preparar adequadamente para o conteúdo. Além disso, os alunos terão a oportunidade de resolver questões relacionadas ao tema, permitindo uma compreensão mais aprofundada e prática dos conceitos abordados.

O software GeoGebra é uma das ferramentas utilizadas na aplicação dessas sequências didáticas devido à sua gratuidade e grande funcionalidade. Uma dessas funções é a programação de exercícios por meio de “valores booleanos”, os quais são apresentados pelo autor como uma forma de abordar o conteúdo.

A utilização de software em sala de aula pode desempenhar um papel fundamental ao promover uma aprendizagem mais interativa entre os alunos, fortalecendo o desenvolvimento do raciocínio dedutivo. Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2015), ao longo dos anos, o software Geogebra tem se consolidado como uma tecnologia extremamente inovadora na educação matemática, ao explorar uma ampla gama de conceitos e ideias que estimulam o interesse dos alunos pela matemática. O processo de visualização oferecido pelo GeoGebra desempenha um papel significativo no aprimoramento do ensino-aprendizagem, permitindo que os alunos compreendam conceitos complexos por meio de representações visuais interativas e dinâmicas. Essa abordagem pedagógica, centrada na tecnologia, ajuda a tornar o aprendizado da matemática mais envolvente, desafiador e relevante para os alunos, promovendo uma experiência educacional mais estimulante e efetiva.

Costa (2020) reforça alguns benefícios que os professores podem obter ao utilizar o software GeoGebra para fortalecer o ensino-aprendizagem de conteúdos da Matemática. Dentre eles, “destacam-se o aumento do interesse, dinamismo, participação e envolvimento dos alunos nas aulas, além das facilidades no processo de ministrar tais aulas, visto que não precisa usar somente os pincéis para desenhar figuras nas lousas convencionais”. Além disso, as novas tecnologias representam um recurso didático fundamental para fortalecer o processo de ensino-aprendizagem.

Será disponibilizada uma série de exercícios programados, nos quais o aluno poderá interagir com a interface do GeoGebra. Além disso, ele receberá dicas para auxiliá-lo na obtenção da resposta correta e poderá reiniciar a atividade quantas vezes julgar necessário. Essa atividade poderá ser desenvolvida no laboratório de informática, desde que haja acesso à internet, por meio de dispositivos móveis, como smartphones, tablets e notebooks.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática é uma estratégia utilizada pelo professor para organizar as atividades de ensino de forma intuitiva e estruturada em torno de temas e procedimentos específicos. Ela visa à construção gradual do conhecimento pelos alunos, permitindo que eles desenvolvam habilidades e competências ao longo do processo.

Zabala (1998, p.18) define uma sequência didática como sendo “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. Ou seja, uma sequência didática consiste em um conjunto de atividades intuitivas e programadas de forma sequencial sobre um determinado conteúdo. Essas atividades são organizadas de maneira a aprofundar o tema de estudo, permitindo o uso de estratégias diversas, como leituras, debates, experimentos, jogos, contextualização, interdisciplinaridade, entre outras. Dessa forma, o conteúdo é estudado de forma progressiva, durante um conjunto de aulas, proporcionando ao aluno a oportunidade de apropriar-se do tema estudado. A sequência didática deve ser elaborada levando em consideração as necessidades e características dos alunos, suas habilidades e conhecimentos prévios para que possa ser adequada e efetiva.

Segundo Oliveira (2013, p.39), sequência didática é um mecanismo simples que:

> compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino-aprendizagem (Oliveira, 2013, p.39).

Para que a prática de ensino seja bem-sucedida, independentemente da visão pedagógica adotada, é fundamental realizar um planejamento cuidadoso e organizado. Esse planejamento envolve definir os objetivos que se deseja alcançar, estabelecer estratégias e metodologias que serão utilizadas para atingir esses objetivos e escolher as ferramentas de avaliação que permitirão verificar o progresso dos alunos. A sequência didática é uma prática de ensino que exige um planejamento detalhado e eficiente que oriente as ações do professor em direção aos resultados esperados.

Dolz e Schneuwly (2004) defendem que sequências didáticas são recursos úteis para orientar os professores na condução das aulas e no planejamento das intervenções educativas. A sequência de atividades pode ser projetada com base no conhecimento prévio dos alunos. Em cada etapa, busca-se aumentar o grau de complexidade, expandindo, assim, seus conhecimentos existentes. Dessa forma, a atividade deve permitir uma transição gradual do conhecimento dos alunos.

Criado em 2001 pelo austríaco Markus Hohenwarter na *University of Salzburg* e continuando seu desenvolvimento na *Florida Atlantic University*, o *software* GeoGebra apresenta inúmeras vantagens para o ensino de Matemática. Com sua funcionalidade gratuita e ampla aplicabilidade em diferentes etapas da formação escolar, o *software* possibilita uma transformação na prática pedagógica do professor. Isso proporciona uma abordagem mais dinâmica e interativa, envolvendo o aluno de forma mais participativa no processo de aprendizagem. Wolff e Silva (2013, p. 6) defendem que a utilização

de ferramentas tecnológicas “podem contribuir com situações de aprendizagem, em que sejam utilizados como recurso facilitador e não somente como substituto de outras técnicas como o quadro e o pincel”.

Por ser um *software* livre e ter seus códigos abertos, permitindo que seus usuários possam criar possibilidades para programar suas atividades pedagógicas, o referido trabalho apresenta uma das funcionalidades desse *software*, que é a utilização de “valores booleanos” na programação das atividades de fixação dessas sequências didáticas.

Para que uma sequência didática seja eficiente, é fundamental que ela possua objetivos claros, público-alvo, objetos dos conhecimentos que serão abordados, atividades que serão aplicadas e, por fim, as expectativas de aprendizagem para os alunos. Diante disso, as seções seguintes apresentam três sugestões de sequências didáticas para trabalhar os conteúdos de Análise Combinatória no Ensino Médio.

METODOLOGIA

Nesta seção, serão apresentadas três sequências didáticas para trabalhar os seguintes conteúdos: Princípio Fundamental da Contagem (PFC), Permutação e Arranjo Simples, Permutação com Elementos Repetidos e Combinação Simples. Em seguida, serão descritas também as etapas do processo metodológico que serão aplicadas durante o desenvolvimento de cada sequência.

1. Primeira Sequência Didática: Princípio Fundamental da Contagem

A sequência didática proposta nesta seção destina-se ao professor de Matemática que atua na preparação dos alunos para o ensino de Análise Combinatória no Ensino Médio. O objetivo principal dessa sequência é auxiliar os professores a diversificar suas aulas, apresentando atividades dinâmicas com o auxílio do *software* GeoGebra e a aplicação de exercícios, focados no PFC.

As atividades descritas a seguir envolvem o uso do *software* GeoGebra em um ambiente de laboratório de informática ou sala de aula com acesso à *internet*. É importante enfatizar que, no início de cada aula, o professor deve apresentar aos alunos os conceitos, configurações e exemplos dos conteúdos específicos que serão experimentados antes de aplicá-los no GeoGebra.

A seguir, serão vistos detalhes sobre como a sequência didática será desenvolvida em cada encontro, bem como orientações aos professores sobre como aplicar ou adaptar essa sequência didática às suas turmas.

Materiais utilizados: Quadro branco, apagador para quadro branco, pincel, *internet*, (*computadores*, *smartphones* ou *tablets*) e o *software* GeoGebra.

Duração: Esta sequência didática foi elaborada para durar 3 horas/aulas (150 minutos).

Público-alvo: Alunos que tiveram pouco ou nenhum contato com o conteúdo do Princípio Fundamental da Contagem.

Objetivos da sequência didática:

I. Construir os conceitos do Princípio Fundamental da Contagem e aplicação no Diagrama de Árvore;

II. Utilizar o *software* GeoGebra para determinar o número de resultados possíveis;

III. Realizar o cálculo do Princípio Fundamental da Contagem em situações-problema.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS:

Primeira etapa

Nesta primeira etapa, o professor dará início à aula com a apresentação da sequência didática aos alunos, definindo os objetivos que serão contemplados, o assunto que será abordado e o processo a ser realizado em cada tempo de duração.

Após essa explanação, o professor deve fazer alguns questionamentos aos alunos sobre o conteúdo a ser abordado em sala de aula, com as seguintes indagações: O que você compreende pela palavra *contagem*? Em quais situações do cotidiano a *contagem* está presente? Como a *contagem* contribuiu para a evolução da humanidade? Dessa forma, objetiva-se que os alunos tenham um papel de protagonista no processo de aprendizagem. O professor pode realizar um diagnóstico da turma, analisando os conhecimentos prévios dos alunos sobre o assunto. Essa análise é importante para que o professor possa fazer as modificações no planejamento se achar necessário, elevar ou diminuir o nível das atividades a fim de adaptar a melhor sequência para a turma.

Segunda etapa

Neste momento, o professor deverá levar a turma ao laboratório de informática ou usar os *smartphones* dos alunos com acesso à *internet* para realizar a atividade de fixação, que estará disponível através do link: https://www.geogebra.org/m/mqfktbev. Logo após, será apresentado um problema aos alunos, envolvendo o princípio multiplicativo, conforme *Figura 1*.

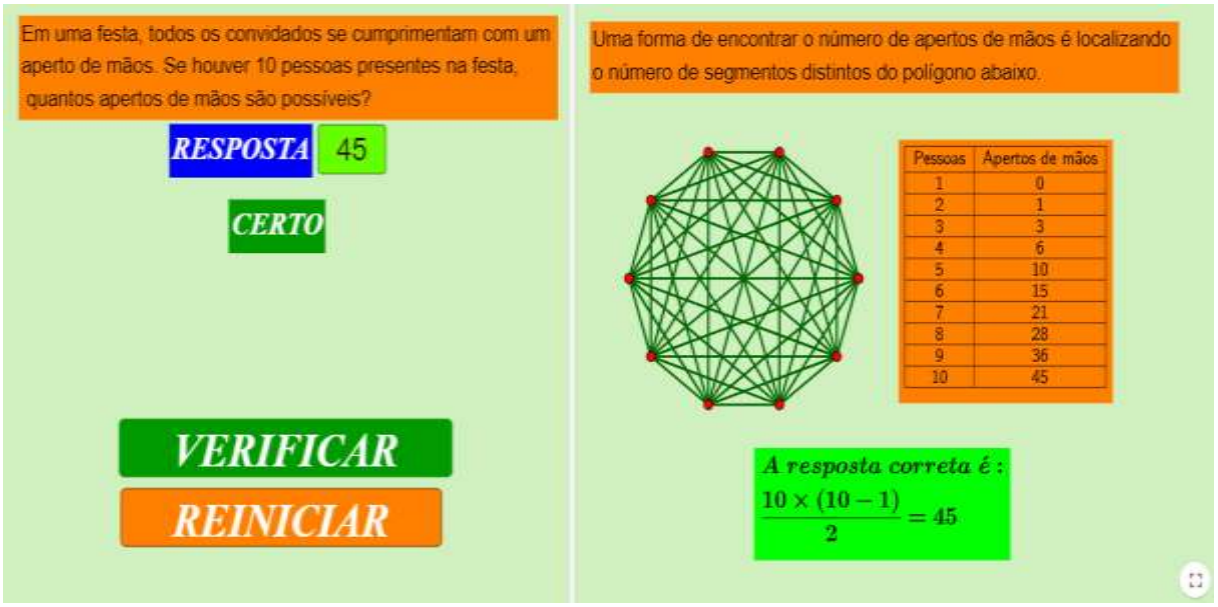
Figura 1: Interface inicial da atividade do PFC



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

A *interface* do GeoGebra é dividida em duas partes: na primeira, o aluno registra a sua resposta no "campo de entrada" e clica em "VERIFICAR". Se a resposta do aluno estiver correta, a palavra "CERTO" aparecerá na tela, de acordo com a *Figura 2*. Já na segunda parte, será apresentada uma forma de resolver o mesmo problema: os vértices do polígono representam a quantidade de pessoas e o número de segmentos diferentes representa a resposta do problema. Esta segunda forma explora um pouco da visão geométrica da situação, de forma a deixar a atividade mais concreta para o aluno.

Figura 2: Interface da atividade certa do PFC



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Caso a resposta registrada no "campo de entrada" esteja errada, a *interface* mostrará a mensagem "TENTE NOVAMENTE". Errando pela segunda vez, será apresentada ao aluno a "Dica 1", como mostra a *Figura 3*.

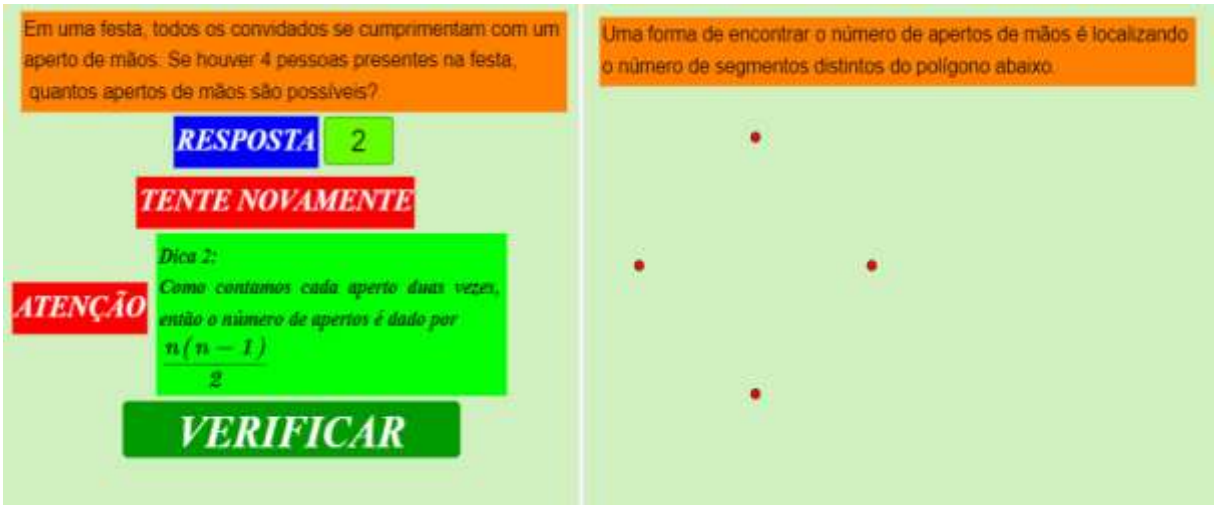
Figura 3: Dica 1 da atividade do PFC



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Persistindo o erro, a *interface* mostrará a "Dica 2", como na *Figura 4*. Após essas duas dicas, se o aluno não acertar a questão, o sistema mostrará a resposta correta, como visto na *Figura 2*.

Figura 4: Dica 2 da atividade do PFC

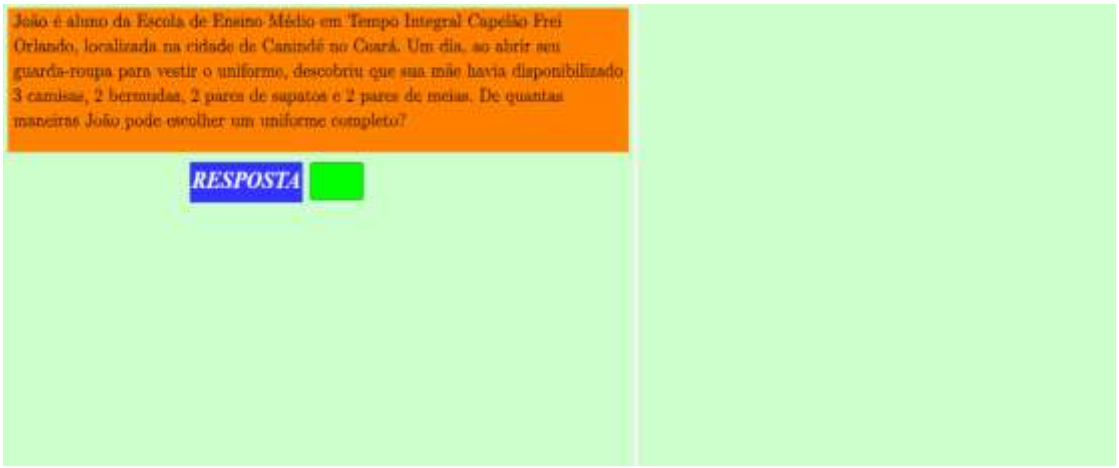


Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Após o aluno acertar a resposta ou errar quatro vezes, a *interface* exibirá a palavra "REINICIAR", permitindo que uma nova questão lhe seja apresentada. O sistema é capaz de gerar várias questões diferentes para cada aluno, o que torna a atividade mais dinâmica e cooperativa. Além disso, como a atividade é *on-line* e acessível por meio de um link na *internet*, os alunos podem acessá-la em qualquer lugar e a qualquer momento, facilitando o processo de aprendizagem e oferecendo maior flexibilidade para o estudo.

Após a interação dos alunos com a atividade do PFC, será apresentada uma nova atividade que poderá ser acessada através do link: https://www.geogebra.org/m/cdbwjfwg. Nesta atividade, serão abordados os conceitos de Diagrama de Árvore, que é um assunto de suma importância para a fixação dos conceitos do PFC. Após o aluno acessar o link, a *interface* do GeoGbra apresentará a questão sugerida e o "campo de entrada", em que será registrada a resposta da atividade, como na *Figura 5*.

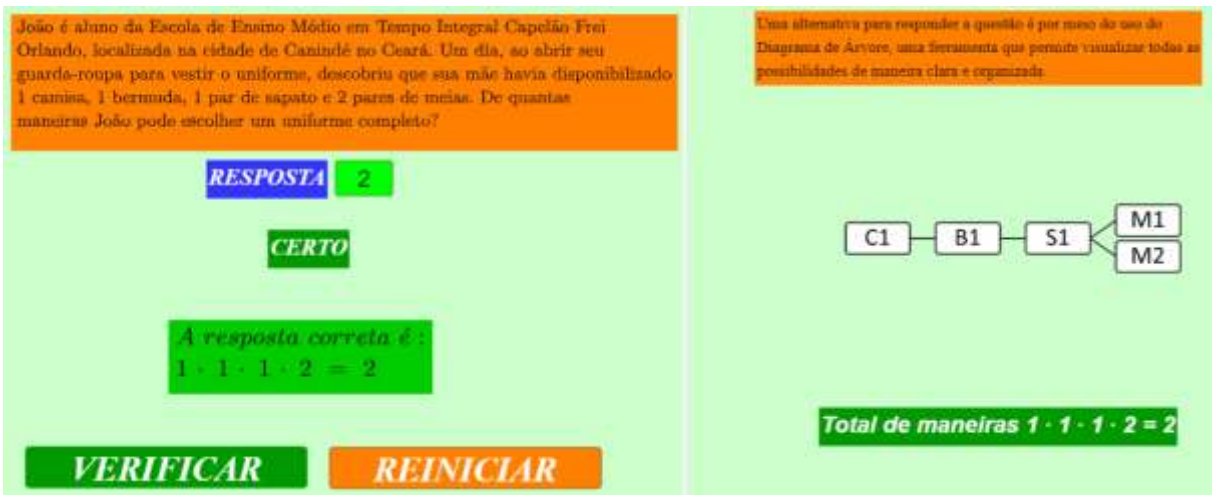
Figura 5: Interface inicial da atividade do Diagrama de Árvore



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Após o aluno registrar sua resposta no "campo de entrada" e clicar no botão "VERIFICAR", caso sua resposta esteja correta, o sistema mostrará a palavra "CERTO", como apresentado na *Figura 6*. No outro lado da *interface*, será apresentada a mesma resposta processada através do método do Diagrama de Árvore, concomitante ao cálculo correspondente.

Figura 6: Interface da atividade certa do Diagrama de Árvore



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Caso a resposta registrada no “campo de entrada” pelo aluno esteja incorreta, a *interface* mostrará a palavra “TENTE NOVAMENTE”. Persistindo o erro, o sistema fornecerá uma dica ao aluno, como observado na *Figura 7*.

Figura 7: Dica da atividade de Diagrama de Árvore



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Após o aluno ter acertado a questão ou errado pela quarta vez, a *interface* mostrará o botão “REINICIAR”. Ao clicar no botão, o aluno será direcionado a um novo problema; poderá reiniciar a atividade quantas vezes achar necessário.

Terceira etapa

Após a explicação do conteúdo, o professor irá guiar os alunos no processo de fixação do assunto através da aplicação de uma atividade, contendo questões elaboradas no *Apêndice A* da dissertação de mestrado do primeiro autor (Oliveira, 2023, p. 69) referenciada no final deste trabalho. O objetivo é fomentar a discussão e aumentar a compreensão do tema.

É importante destacar que o foco será no desenvolvimento das habilidades dos alunos em relação ao tema, e não apenas na memorização de conceitos isolados. Através da discussão e análise crítica das questões, os alunos serão capazes de aprimorar suas habilidades de resolução de problemas, além de adquirir uma versão mais ampla e integrada do tema estudado.

Quarta etapa

Neste momento, o professor irá fazer a correção das questões em sala de aula; também pode ser uma oportunidade para esclarecer dúvidas, sanar possíveis erros, reforçar o conteúdo e ainda promover o debate entre os alunos. Dessa forma, é importante que o professor conduza a correção de maneira clara, objetiva e participativa, incentivando os alunos a participar e compartilhar suas ideias e soluções.

Proposta de avaliação da aprendizagem

O método avaliativo sugerido será a participação dos alunos durante a aula, tanto nas respostas às perguntas quanto na oferta de opiniões e dicas. O segundo momento avaliativo dar-se-á por meio da prática de resolução das questões propostas no *Apêndice A*, bem como na interação com o *software* GeoGebra.

1. Segunda Sequência Didática: Permutação e Arranjo Simples

Nesta seção, será apresentada uma segunda sugestão de sequência didática para trabalhar os conceitos de Permutação e Arranjo Simples e, a seguir, serão expostos os detalhes da sequência proposta.

Materiais utilizados: Quadro branco, apagador para quadro branco, pincel, *internet*, (*computadores*, *smartphones* ou *tablets*) e o *software* GeoGebra.

Duração: Este plano de aula foi elaborado para durar 2 horas/aulas (100 minutos).

Público-alvo: Alunos com que tiveram pouco ou nenhum contato com o conteúdo de Permutação e Arranjo Simples.

Objetivos da sequência didática:

I. Identificar os conceitos de Permutação;

II. Utilizar o *software* GeoGebra para fortalecer o estudo de Permutação;

III. Compreender o cálculo de Permutação em situações-problema.

Procedimentos metodológicos:

Primeira etapa

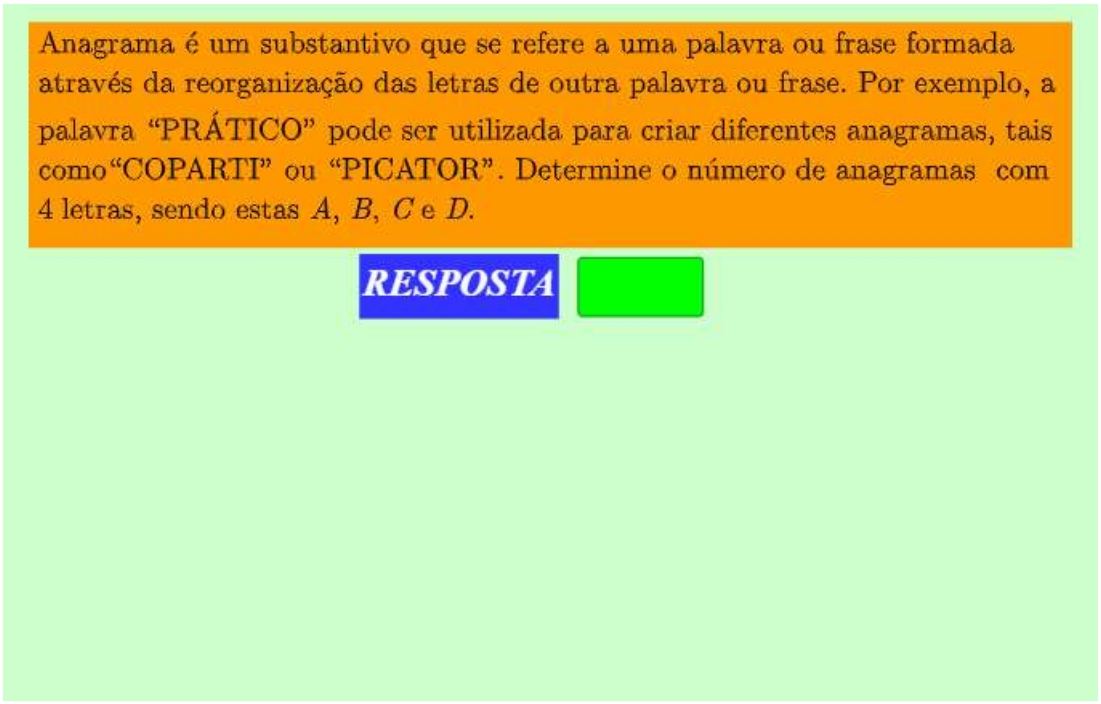
Para iniciar a sequência didática, o professor deverá fazer uma revisão do assunto trabalhado na aula anterior. Em seguida, apresentará aos alunos os objetivos específicos da atividade. Logo após, o docente pode apresentar um breve relato histórico da evolução do estudo das Permutações e Arranjos Simples a fim de contextualizar o assunto e despertar o interesse dos alunos. O professor questionará

os alunos sobre como e onde se aplica o estudo deste tema para que possam compreender a sua importância. Usando o quadro branco e o pincel, serão apresentados exemplos simples para demonstrar a utilização desse conceito, como o número de anagramas possíveis para uma palavra.

Segunda etapa

Nesta etapa, o professor direcionará a turma ao laboratório de informática ou solicitará aos alunos que acessem atividade de fixação por meio do link https://www.geogebra.org/m/svux29dr em seus *smartphones*. Ao acessar a atividade, a *interface* do GeoGebra mostrará a tela inicial da atividade, contendo a situação-problema e o "campo de entrada" para registrar sua resposta, como segue.

Figura 8: Interface inicial da atividade de Permutação Simples



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Após o registro da resposta, a *interface* mostrará o botão "VERIFICAR". Se a resposta registrada estiver correta, a tela apresentará a palavra "CERTO", como na *Figura 9*, além de mostrar a fórmula que se refere à atividade e o botão "REINICIAR", que levará o aluno a uma nova situação-problema.

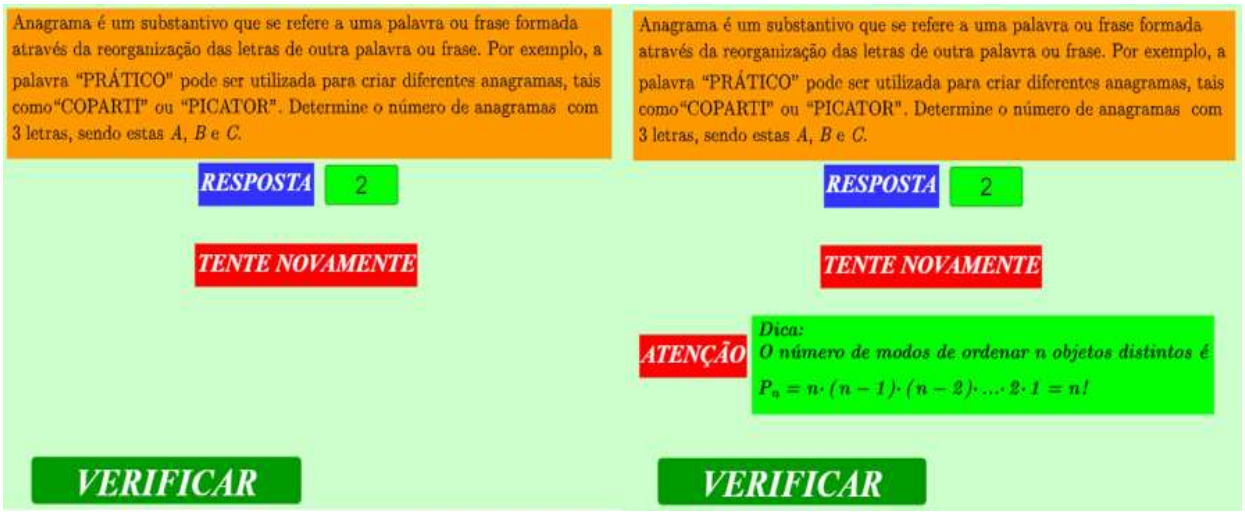
Figura 9: Interface da atividade certa de Permutação Simples



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Caso a resposta submetida ao "campo de entrada" esteja incorreta, a interface mostrará a mensagem "TENTE NOVAMENTE". Após uma nova tentativa sem sucesso, o sistema apresentará uma dica de ajuda ao aluno, como segue.

Figura 10: Dica da atividade de Permutação Simples



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Quando o aluno acerta a questão ou erra a resposta pela quarta vez, a *interface* apresenta o botão "REINICIAR", levando-o a uma nova questão.

Terceira etapa

Após os alunos terem interagido com o *software* GeoGebra, o professor apresentará as questões de fixação do conteúdo, conforme descrito no *Apêndice B* da dissertação de mestrado (Oliveira, 2023, p. 74). O objetivo dessa etapa é fornecer aos alunos modelos de questões elaboradas pelo autor, que ajudem na assimilação do assunto em questão.

Quarta etapa

Nesta etapa da aula, é importante que o professor abra espaço para a correção e discussão das soluções construídas pelos alunos, visando sanar quaisquer dificuldades que ainda possam existir. Para alcançar esse objetivo, é fundamental que o professor incentive a participação de todos os alunos, a fim de identificar se ainda há alunos com dificuldade na compreensão do conteúdo apresentado. Dessa forma, o professor poderá fornecer uma abordagem mais personalizada, abordando as dúvidas e dificuldades específicas de cada aluno e fortalecendo ainda mais os conceitos e definições apresentadas na aula.

Proposta de avaliação da aprendizagem

A proposta de avaliação para esta etapa consistirá na participação ativa dos alunos durante a resolução das questões propostas no *Apêndice B* e na interação destes com o *software* do GeoGebra.

1. Terceira Sequência Didática: Permutação com Elementos Repetidos e Combinação Simples

Esta última proposta de sequência didática irá abordar uma aplicação do *software* GeoGebra para o ensino de Permutação com Elementos Repetidos e Combinação Simples. Além disso, serão apresentados os objetivos específicos desta aula, que incluem a resolução de questões que abordam o tema dessa sequência didática.

Materiais utilizados: Quadro branco, apagador para quadro branco, pincel, *internet*, (*computadores*, *smartphones* ou *tablets*) e o *software* GeoGebra.

Duração: Este plano de aula foi elaborado para durar 3 horas/aulas (150 minutos).

Público-alvo: Alunos que tiveram contato com os conteúdos do Princípio Fundamental da Contagem, Permutação e Arranjo Simples.

Objetivos da sequência didática:

I. Construir os conceitos de Permutação com Elementos Repetidos e Combinação Simples;

II. Utilizar o *software* GeoGebra para fortalecer o estudo de Permutação com Elementos Repetidos e Combinação Simples;

III. Compreender o cálculo de Permutação com Elementos Repetidos e Combinação Simples em situações-problema.

Procedimentos metodológicos:

Primeira etapa

Para o início desta etapa, é necessário fazer revisão dos conteúdos apresentados nas duas sequências didáticas propostas nas Seções 4.2 e 4.3 (Oliveira, 2023). Após essa revisão, o professor apresentará à turma os objetivos específicos desta aula, bem como os conceitos históricos que apoiaram o desenvolvimento do estudo de Permutações com Elementos Repetidos e Combinação Simples. Essa contextualização histórica é de suma importância para despertar o interesse dos alunos em relação ao conteúdo. É importante que, nesse momento, o professor estimule a participação da turma para ter uma avaliação diagnóstica dos conhecimentos prévios dos alunos, bem como dos conteúdos já trabalhados nas sequências didáticas anteriores.

Segunda etapa

Nesta etapa, é necessário que os alunos sejam direcionados ao laboratório de informática ou que tenham acesso aos seus *smartphones* para realizar a atividade através do link: https://www.geogebra.org/m/ubnqdb4j. Ao acessar o link, os alunos serão direcionados para a *interface* do GeoGebra, na qual estarão presentes a tela inicial da *Figura 11*, bem como o "campo de entrada", local onde a resposta do aluno será registrada; na outra parte da *interface* estão os pontos que ligam *A* até *B*.

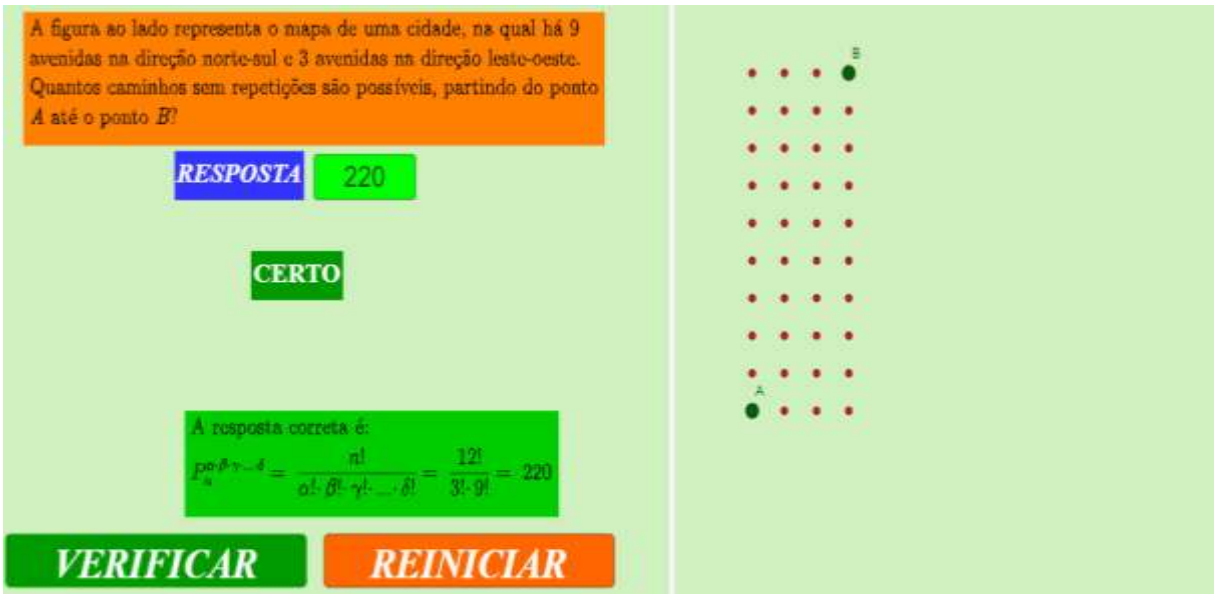
Figura 11: Interface inicial da atividade de Permutação com Elementos Repetidos



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

A segunda parte da *interface* apresenta a quantidade de pontos que ligam *A* até *B*. Após o aluno registrar sua resposta no "campo de entrada", se a resposta estiver correta, o sistema mostrará a mensagem "CERTO" e exibirá a fórmula de solução do problema juntamente com o cálculo correto, como segue.

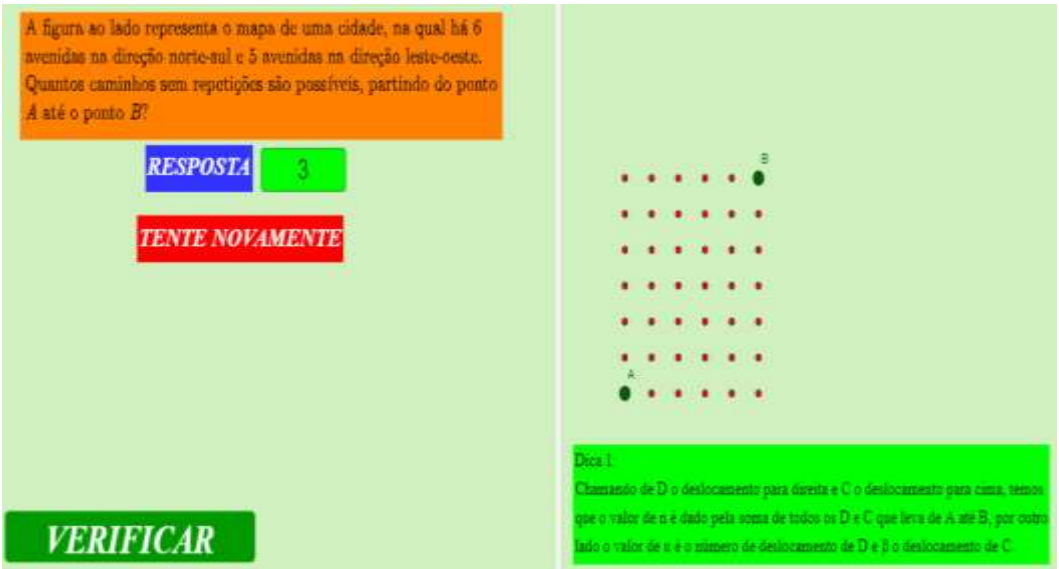
Figura 12: Interface da atividade certa de Permutação com Elementos Repetidos



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Caso a resposta registrada no "campo de entrada" esteja incorreta, aparecerá uma mensagem solicitando que o aluno "TENTE NOVAMENTE", como segue.

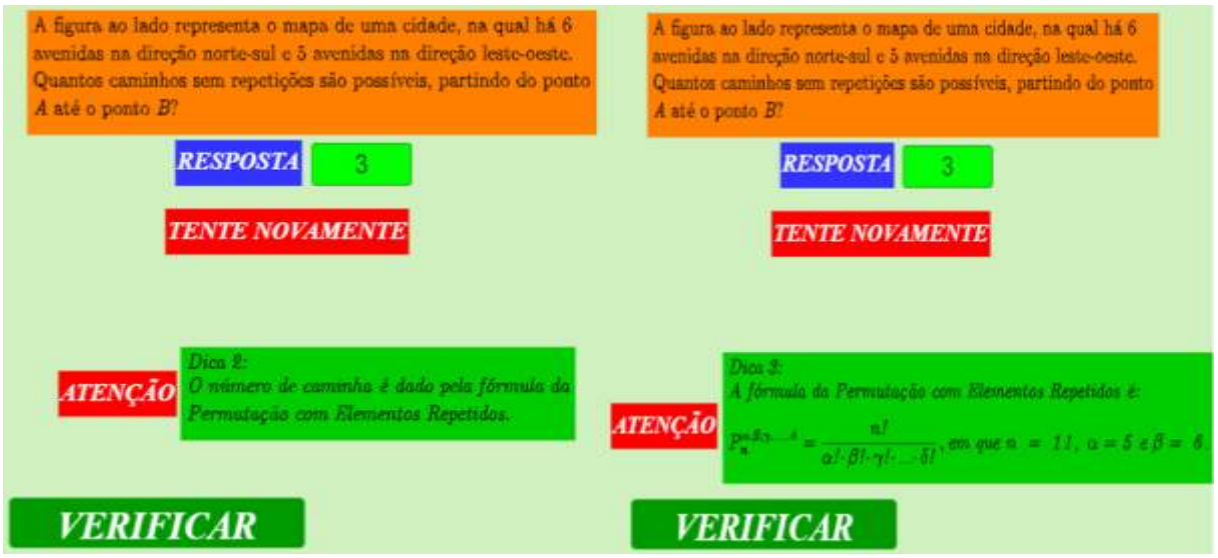
Figura 13: Dica 1 da atividade da Permutação com Elementos Repetidos



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Se o erro persistir, a segunda parte da *interface* mostrará a “Dica 1”. Mesmo após a dica ser fornecida, se a resposta registrada estiver errada, como na *Figura14*, o sistema fornecerá mais duas dicas para as etapas seguintes, como segue.

Figura 14: Dicas 2 e 3 da atividade da Permutação com Elementos Repetidos

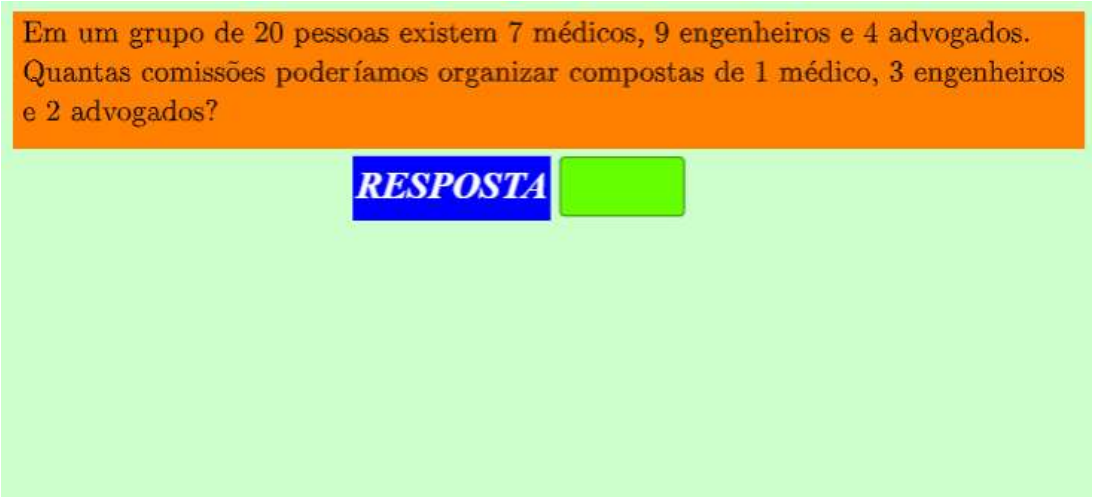


Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Caso a resposta registrada no “campo de entrada” esteja correta, ver *Figura 12*, ou se o aluno não conseguir acertar a questão após quatro tentativas, o sistema apresentará a solução e o botão “REINICIAR”, permitindo que passe para uma nova questão. Esse procedimento pode ser repetido quantas vezes o aluno desejar.

Neste momento, será apresentada a atividade que envolve o estudo das Combinações Simples por meio do link: https://www.geogebra.org/m/a2bgppd8. Após o acesso ao link, o aluno será direcionado para a *interface* inicial do problema no GeoGebra, conforme a *Figura 15*, contendo o enunciado do problema e o “campo de entrada”, no qual o deverá submeter a sua resposta.

Figura 15: Interface inicial da atividade de Combinação Simples



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Após o registro da resposta do aluno no "campo de entrada", o sistema irá habilitar o botão "VERIFICAR". Se a resposta estiver correta, a *interface* do GeoGebra exibirá a palavra "CERTO", juntamente com fórmula para o cálculo de Combinação Simples e a resposta correta, de acordo com a *Figura 16*.

Figura 16: Interface da atividade certa sobre Combinação Simples



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Caso o aluno não acerte a resposta submetida no "campo de entrada", o sistema exibirá a mensagem "TENTE NOVAMENTE". Se, na segunda tentativa, o aluno ainda não acertar a questão, o sistema mostrará a "Dica 1", conforme a *Figura 17*. Persistente o erro na terceira tentativa, será apresentada a "Dica 2".

Figura 17: Dica da atividade de Combinação Simples



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Se a resposta registrada no “campo de entrada” estiver correta ou após quatro tentativas sem acertar a resposta, o sistema mostrará a resposta correta e a mensagem “REINICIAR”, permitindo que o aluno reinicie o problema quantas vezes achar necessário.

Terceira etapa

Neste momento, o professor apresentará as questões que compõem o exercício de fixação, questões apresentadas no *Apêndice C* da dissertação de mestrado do primeiro autor (Oliveira, 2023, p. 79). Estes exercícios estimulam os alunos a terem contato com questões elaboradas pelo autor que abordam os conceitos dessa etapa.

Quarta etapa

Finalizado o momento de discussão das questões com os alunos, o professor deve proceder ao momento de correção. Este é um momento de suma importância para a turma, pois é uma oportunidade para o professor promover uma discussão entre os alunos que possa aprimorar a compreensão do conteúdo.

Proposta de avaliação da aprendizagem

Sugere-se como método avaliativo a participação dos alunos durante a aula, tanto nas respostas às perguntas quanto na oferta de opiniões e dicas, bem como na utilização do *software* GeoGebra e na resolução das questões propostas no *Apêndice C* da dissertação de mestrado do primeiro autor (Oliveira, 2023, p. 79).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como propósito a elaboração de um material sobre o conteúdo de Análise Combinatória para alunos que buscam uma preparação para as prova de concurso público e vestibulares, visando contribuir com estudantes e professores nesse processo preparatório. É fundamental que os professores busquem constantemente novas formas de transmitir conhecimento de maneira eficaz, atendendo às necessidades de todos os alunos. Desse modo, a utilização do *software* GeoGebra como uma das estratégias para abordar o conteúdo de Análise Combinatória revela-se uma opção promissora.

Ademais, o uso da tecnologia na apresentação do conteúdo de Análise Combinatória traz aos alunos uma maior segurança na realização dessa prova. Diante dessa abordagem, conclui-se que o *software* GeoGebra é uma ferramenta valiosa na construção do conhecimento, devendo ser utilizado como apoio à prática pedagógica do professor.

Nesse sentido, esse trabalho apresentou três sequências didáticas para contribuir com o estudo de Análise Combinatória, em que a utilização de "valores booleanos" no *software* GeoGebra desempenha um papel fundamental na elaboração dessas sequências. O material oferece uma programação com diversos exercícios, permitindo que os alunos pratiquem o conteúdo por meio de *computadores*, *tablets* ou *smartphones*, promovendo uma maior interação dos alunos no decorrer das aulas.

A utilização do *software* GeoGebra, apenas, não possui a habilidade de transmitir o conhecimento necessário para garantir a entrada dos estudantes no ensino superior. Ele precisa da figura do professor para que essa ferramenta seja aproveitada ao máximo na construção do conhecimento. Diante do exposto, espera-se que os professores possam refletir sobre a importância de trabalhar alguma ferramenta tecnológica em suas aulas.

Por fim, espera-se que esta proposta possa auxiliar os professores e alunos em uma melhor preparação do conteúdo de Análise Combinatória e colaborar com o desenvolvimento de outras pesquisas sobre a utilização de "valores booleanos" no *software* GeoGebra.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. de C.; SILVA, R. S. R. da; GADANIDIS, G. Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento. 1ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015 (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 28 nov. 2022.

COSTA, L. J. R. GEOGEBRA: ferramenta facilitadora no estudo das funções do 1º e 2º graus no Ensino Médio. 103p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) – Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2020.

DOLZ, J.; SCHNEUWLY, B. Gêneros e progressão em expressão oral e escrita. Elementos para reflexões sobre uma experiência suíça (francófona). In Gêneros Orais e escritos na escola. Campinas (SP): Mercado de Letras. 2004.

WOLFF, M. E.; SILVA, D. P. da. O software GeoGebra no ensino da matemática. PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE, 2013.

OLIVEIRA, M. M. de. Sequência Didática Interativa no Processo de Formação de Professores. Cidade: Vozes, 2013.

Oliveira, P. M. L. A Contextualização e a Interdisciplinaridade na Preparação da Análise Combinatória para o enem. 2023. 121 f. Dissertação (Mestrado) - PROFMAT, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2023.

SOARES, S. d. J. et al. O Uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação no Processo de Ensino-Aprendizagem. In: 21º Congresso Internacional ABED de Educação a Distância - CIAED. Montes Claros, MG: Associação Brasileira de Educação a Distância (ABED), 2015.

ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Capítulo 7

10.37423/240809227

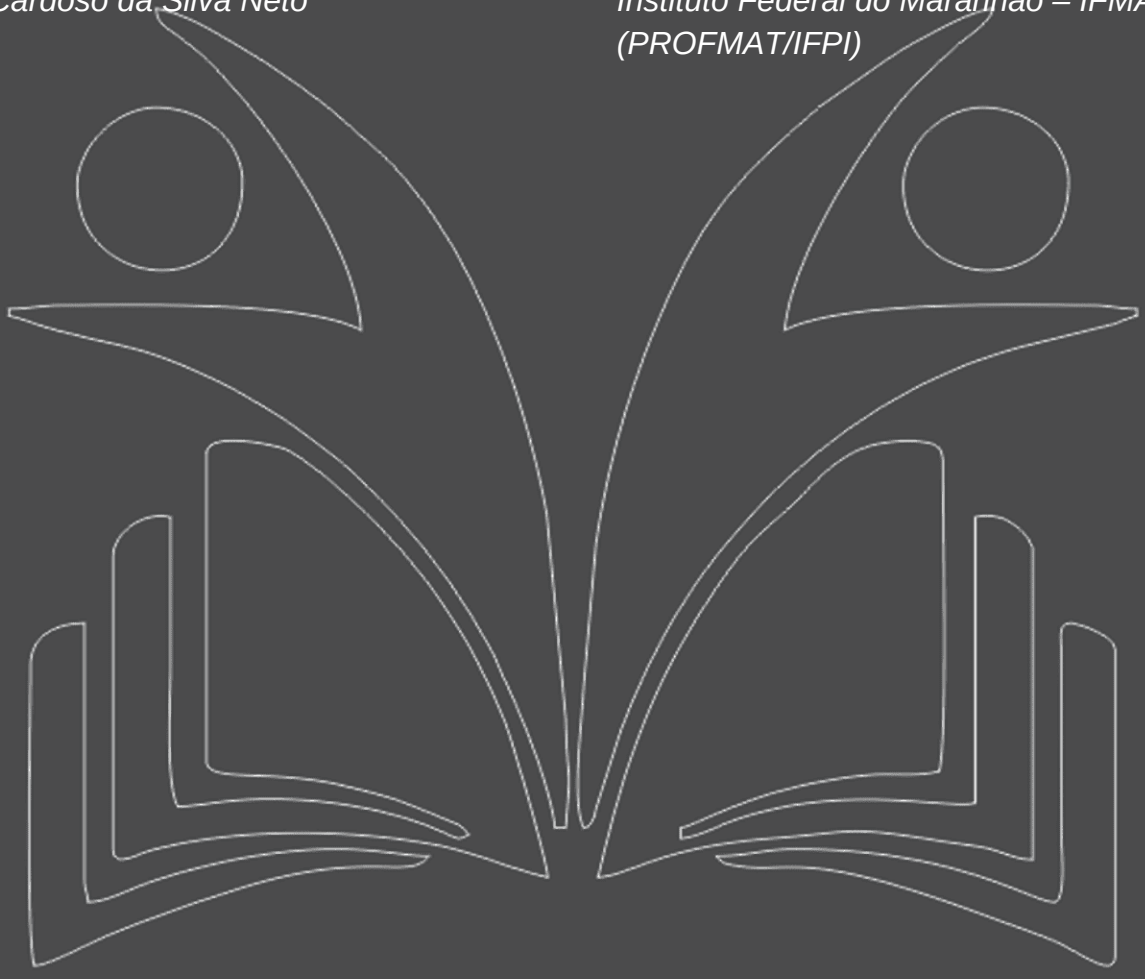
UMA EXPLORAÇÃO SOBRE ARTEFATOS MESOPOTÂMICOS E SUAS POSSIBILIDADES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Evanildo Borges da Silva

Instituto Estadual de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IEMA

Benjamim Cardoso da Silva Neto

Instituto Federal do Maranhão – IFMA (PROFMAT/IFPI)



Resumo: Estudos em História da Matemática têm, nos últimos anos, estruturado novas abordagens didáticas acerca do uso de informações históricas no ensino de Matemática. Este texto apresenta o uso de artefatos mesopotâmicos no ensino de Matemática como forma de abordagem de informações históricas em aulas de Matemática. Seu principal objetivo, investigar possibilidades didáticas através de artefatos mesopotâmicos para o ensino de Matemática. Com caráter qualitativo, bibliográfico, elaboramos atividades que apresentam contextos investigativos acerca de três artefatos, o YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901 para o ensino de conteúdos e mobilização de conceitos matemáticos. O referencial teórico adotado tem como pressupostos sustentadores a investigação histórica no ensino de Matemática e o conceito de artefato histórico na Arqueologia. Para produção de dados utilizamos os registros dos alunos, bem como a análise do conteúdo foi a metodologia de análise que elucidou possibilidades didáticas com uso de artefatos mesopotâmicos.

Palavras-chave: História da Matemática. Artefatos mesopotâmicos. Possibilidades didáticas. Ensino de Matemática.

1 INTRODUÇÃO

A viabilidade sobre o uso da História da Matemática nas aulas de Matemática é evidenciada a partir de relatos de experiências, dissertações e teses, artigos de periódicos e trabalhos de eventos que disseminam novas formas de abordar didaticamente a História da Matemática, fazendo emergir possibilidades didáticas sobre o uso de informações históricas no desenvolvimento dessa disciplina. Essas possibilidades didáticas estão integradas a novas formas de abordagens da História da Matemática para o ensino, que nesse estudo alia o uso de fontes históricas como sendo os artefatos históricos capazes de reorientar ou reorganizar o contexto matemático estudado em sala de aula.

Posto isso, compreendemos que "o contexto, social, cultural e histórico da matemática favorece em grande escala ao desenvolvimento do estudante em todo o seu aspecto" (MENDES; CHAQUIAM, 2016, p. 84). Nessa direção, este texto tem como principal objetivo investigar possibilidades didáticas através de artefatos mesopotâmicos para o ensino de Matemática. Além disso, busca apresentar uma proposta didática com atividades que poderão de alguma forma contribuir com o desenvolvimento do trabalho docente. A principal inquietação deste estudo é a seguinte pergunta: quais possibilidades didáticas podem emergir através de explorações de artefatos mesopotâmicos em atividades didáticas para o ensino de Matemática em uma turma de Ensino de Médio?

Desta forma realizamos uma pesquisa durante o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, objetivando a elaboração de dissertação deste mestrado cujo primeiro autor é (SILVA, E. B, 2023). Com uma exploração didática de três artefatos matemáticos mesopotâmicos.

Destacamos que neste trabalho a História da Matemática será tratada conforme produções de Mendes (2009a, 2009b, 2015) que nos informa sobre o papel da História da Matemática como mediador didático e conceitual no processo de ensino e aprendizagem e como pressuposto para a investigação histórica no ensino de Matemática. O desenvolvimento de pesquisas acerca da História da Matemática em processos de ensino e de aprendizagem nos últimos 30 anos tem apresentado um crescimento promissor, como destaca Trivizoli (2016) e Silva Neto (2021).

Desta forma, através, inicialmente, de um estudo em fontes indicativas acerca da História da Matemática, tais como Eves (2004), Boyer e Merzbach (2018), Katz (2009), Roque (2012) e Roque e Carvalho (2019) elegemos para este trabalho acadêmico, os artefatos de origem mesopotâmica, YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901, que apresentam informações históricas que podem ser associadas

aos seguintes conteúdos matemáticos: sistema numérico posicional sexagesimal, aproximação para a raiz quadrada, ternos pitagóricos, Teorema de Pitágoras e equações de segundo grau.

Artefatos serão referenciados como conceitos tratados na Arqueologia, e que, segundo Funari (1988), artefatos históricos ou arqueológicos podem ser entendidos como todo produto do trabalho humano, ou seja, o que é feito pela engenhosidade do ser humano e que atenda a anseios dos mais básicos aos mais complexos. Os trabalhos de Oliveira (2009), teceram informações que sugerem o uso de artefatos matemáticos arqueológicos e que trata tais artefatos históricos matemáticos como objetos, documentos, cartas, manuscritos, monumentos, imagens, fotografias, tabletes e outros materiais que dão sentido as ações do homem no passado e que representa o dito e o feito na história da humanidade.

Assim, com caráter qualitativo, este estudo tem cunho bibliográfico acerca de estudos que aliaram o uso de artefatos históricos ao ensino de Matemática, e desenvolve, avalia e analisa atividades didáticas, tendo como sujeitos, alunos de uma turma do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Floriano, no estado do Piauí. Para coleta de dados utilizamos registros escritos dos alunos, anotações, imagens fotográficas, e questionários inicial e final para validação das atividades desenvolvidas com a exploração dos artefatos. Os dados foram analisados de acordo com a análise de conteúdo de Bardin (2016), utilizada com a finalidade de fazer emergir possibilidades didáticas com o uso de artefatos mesopotâmicos para o ensino de Matemática.

Apontamos por base teórica e epistemológica as produções de Mendes (2009a, 2009b, 2015) sobre o uso da História da Matemática para o ensino de Matemática. Consideramos, ainda, que atividade investigativa, atividade investigatória e atividade didática são equivalentes.

Ainda como justificativa para o desenvolvimento deste trabalho está o impacto social na prática docente, uma vez que foram desenvolvidas três atividades didáticas que sejam aplicáveis em sala de aula e que se balizaram no uso da História da Matemática como uma forte componente para a construção de propostas didáticas que destacou os artefatos mesopotâmicos como impulsionadores de processos de problematizações em sala de aula acerca do ensino de conteúdos matemáticos.

Portanto, este estudo está desenvolvido sob três objetivos específicos, sendo estes: compreender a Matemática desenvolvida no período 2000 a. C a 1550 a. C. na Antiga Mesopotâmica; identificar artefatos mesopotâmicos que podem ser utilizados no processo de ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Médio; analisar possibilidades didáticas sobre o uso de artefatos

mesopotâmicos através da validação de uma proposta didática que se utilize da História da Matemática.

Este texto elenca, no entanto, algumas possibilidades que podem ser observadas após o desenvolvimento e aplicação das atividades sobre os três artefatos estudados. Uma forte contribuição da interdisciplinaridade quando alia informações históricas à estruturação de organizações sociais e históricas; desmistificação da Matemática como uma ciência pronta, sem ligação com uma construção humana; possibilidade sobre o uso de tecnologias como forma de os alunos se conectarem em museus virtuais, aplicativos e softwares.

1 METODOLOGIA

1.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Este estudo tem abordagem qualitativa, que, de acordo com Bogdan e Biklen (1994) envolve contextos e significados presentes em fenômenos reais e, que no nosso caso, no âmbito do ensino, investiga acerca de possibilidades que podem emergir no desenvolvimento de atividades no âmbito do ensino. É também caracterizada como estudo de campo, pois segundo Gil (2002) focaliza uma realidade específica para uma dada atividade humana, nesse caso, o ensino e aprendizagem. Quanto ao objetivo, tem caráter exploratório e tornando o tema em questão mais explícito (GIL, 2002).

Esse estudo é bibliográfico, pois foi desenvolvido a partir de material já elaborado. Segundo Lakatos e Marconi (2003) a pesquisa bibliográfica não é simplesmente uma repetição do que já foi produzido ou reproduzido sobre determinado tema, mas propicia um exame minucioso com novo enfoque, novo olhar ou abordagem.

Desta forma, nesta etapa bibliográfica nos baseamos em Mendes (2009a, 2009b, 2015), Mendes e Chaquiam (2016), Chaquiam (2017) e Miguel e Miorim (2011) para tratarmos sobre História para o ensino de Matemática, utilizamos Funari (1988) para nos situarmos no conceito de artefatos históricos e Roque (2012), Roque, Carvalho (2019), Eves (2004), Katz (2009) e Boyer e Merzbach (2012) para tratarmos acerca do contexto matemático e histórico da Antiga Mesopotâmia.

1.2 CAMPO EMPÍRICO

O estudo foi desenvolvido no município de Floriano-PI na Escola Estadual, Escola Normal Osvaldo da Costa e Silva, de onde convidamos alunos de uma turma do segundo ano do Ensino Médio regular e presencial, do turno matutino, composta por 20 alunos. Por fins éticos, não utilizamos os nomes

próprios dos alunos, a fim de resguardar suas identidades. Ao tratarmos de registros escritos dos alunos utilizamos o código An, aluno seguido de um número, por exemplo, aluno 10 é (A10). Os alunos foram, em momento específico, divididos em quatro grupos, da mesma forma os grupos G1 a G4, para a realização das atividades. A aplicação, desenvolvimento e coleta de dados da pesquisa ocorreram dentro dos cinco momentos de intervenção em sala de aula, em que dispusemos de cinco aulas, assim divididos e descritos abaixo.

1.3 DESCRIÇÃO DOS MOMENTOS

Houve a apresentação das principais ideias do projeto e a metodologia que se seguiria para os próximos encontros. Nesse primeiro momento, realizamos a aplicação de um questionário inicial em que indagamos sobre as percepções dos alunos acerca da História da Matemática, na tentativa de construir uma fala teórica sobre qual a real concepção dos alunos acerca do surgimento da Matemática, enfatizando a civilização mesopotâmica, tendo em vista que há uma conexão interdisciplinar.

Ainda neste encontro, realizamos uma exposição teórica com auxílio de datashow e notebook para apresentação de slides acerca do movimento histórico da Matemática na Antiga Mesopotâmia. Foi possível trabalhar e apresentar, numa perspectiva interdisciplinar, com a própria História, em busca de informações sobre as grandes civilizações e os antigos impérios, e ainda com a Geografia, por meio do uso do Google Maps e Google Earth para localização espacial. Com o auxílio dos recursos didáticos, realizamos a localização da atual Mesopotâmia, explicitando para os alunos que é em grande parte a região atualmente ocupada pelo Iraque.

Por meio de atividades investigativas que foram construídas e elaboradas acerca dos três artefatos selecionados e das informações neles contidas, passou-se por um tratamento didático, conforme a metodologia da investigação histórica referida em Mendes (2009a; 2009b), em busca da construção de conhecimento mais criativo, autônomo e desafiador para o aluno, aplicamos três destas atividades no segundo, terceiro e quarto encontro.

Na apresentação do tablete YBC 7289, utilizamos a biblioteca virtual, situada na seguinte URL, CDLI - Cuneiform Digital Library Initiative (ucla.edu), bem como os sites para visualizarmos o artefato em 360º ou em 3D[1]. Em seguida, apresentamos o sistema numérico posicional babilônico, que por sua vez, foi trabalhado em todos os demais momentos deste estudo.

A nossa abordagem pensada sobre o tablete YBC 7289, diz respeito ao cálculo aproximado da $\sqrt{2}$. Foi imprescindível que conseguíssemos perceber como os mesopotâmicos faziam tal procedimento. Exploramos a hipótese de Katz (2009) e o método descrito em Boyer e Merzbach (2018), e que através destes métodos é possível encontrarmos boa aproximação para raiz quadrada de qualquer número inteiro positivo. Relacionamos que, em especial, a resolução deste exercício forneceria a existência de um novo „tipo" de número, que veio à tona muito tempo depois, pelos matemáticos gregos, realizando assim, um paralelo dentro da própria História da Matemática, da Mesopotâmia com a Matemática Grega, em especial, com a escola Pitagórica. Este paralelo ficou evidenciado também no terceiro encontro, pois o objeto de estudo revela indícios de ternas pitagóricas. Em seguida, realizamos o momento de aplicação da nossa primeira atividade.

No terceiro encontro, utilizamos o artefato mesopotâmico Plimpton 322. Na apresentação do artefato, fizemos uso do Geogebra, possibilitando visualizar de modo dinâmico o Teorema de Pitágoras, sendo este diretamente ligado ao problema dos ternos pitagóricos. Tratamos em seguida, da aplicação da segunda atividade.

No quarto encontro, apresentamos e trabalhamos com o artefato BM 13901. Realizamos uma visita online ao Museu Britânico, para acessar imagens reais do referido artefato, no endereço eletrônico[2]. Neste ambiente virtual foi possível visualizar muitos outros artefatos no referido museu. No BM 13901 investigamos, em especial, problemas de equações do segundo grau. Através de estudos e visualizações sobre e do artefato, entendemos de quais maneiras os povos mesopotâmicos solucionavam e representavam esse tipo de solução, mais caracterizada por um receituário a ser seguido e descrição dos passos. Depois deste momento, seguimos para a aplicação da terceira atividade, exploramos ainda mais algumas concepções dos participantes.

Cada um desses momentos, das atividades, a turma foi orientada, organizada e dividida em grupos, bem como a garantia de certificação de que os instrumentos, as cópias das atividades estivessem disponíveis com todas as orientações aos componentes do grupo.

Para darmos início ao quinto encontro, realizamos uma reflexão sobre o trabalho desenvolvido até o presente momento. Aplicamos, em seguida, o Questionário Final. Após esta metodologia de trabalho auxiliado pela História da Matemática para o Ensino da Matemática, nos permitiu uma leitura, descrição, análise dos dados para a construção de uma fala posicional deste estudo acerca da possibilidade de inserção da História no ensino de Matemática com uso de artefatos mesopotâmicos como abordagens sobre obras históricas.

Ainda neste último encontro utilizamos, como recurso didático digital, online, a plataforma Mentimeter[3], com perguntas objetiva sobre os artefatos YBC 7289, a Plimpton 322, BM 13901, e uma nuvem de palavras sobre os encontros, usando como ferramenta didática a História da Matemática. Foi um instante bem interativo, descontraído, porém, concentrado e produtivo, pois a interação online/virtual foi instantânea, as respostas eram acompanhadas em tempo real através do datashow.

Através desses encontros, questionários e atividades, temos informações que foram produzidas, consultadas e analisadas, presentes na seção apresentação e análise dos resultados, que buscamos responder ao problema norteador e atingir aos objetivos deste texto. Vejamos então as técnicas e os instrumentos para produção de dados.

1.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO DE DADOS

Para produção de dados, fizemos uso dos seguintes instrumentos: o questionário inicial, as atividades I, II, III, o questionário final e a interação virtual, de onde foram produzidos registros por nós e pelos alunos. O questionário, conforme Marconi e Lakatos (2003), é um importante instrumento de coleta de dados, que se constitui em uma sequência ordenada de perguntas.

O ato de escrever ou descrever algo sobre a aula, determinado tópico, abordagem, aplicação, contextualização, por exemplo, por parte do aluno constitui um ótimo instrumento e possibilita um retorno ao professor, ao pesquisador como uma ferramenta de reflexão, chamado de diário de aprendizagem (POWELL; BAIRRAL, 2006).

Apresentamos nos Quadros 1, 2 e 3, uma descrição sobre as atividades elaboradas e aplicadas aos alunos sujeitos deste estudo. Esses quadros foram construídos a partir de estudos sobre os artefatos, YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901, uma espécie de problematização para os alunos e a investigação histórica no ensino de matemática.

Estes Quadros referentes às atividades foram pensados como forma de subsidiar e auxiliar outros professores de Matemática na adoção de artefatos mesopotâmicos ou fontes e obras históricas que apresentem informações matemáticas de seu uso ou de sua aplicação.

QUADRO 1 – Descritores da atividade I

Título da Atividade		A aproximação da $\sqrt{2}$ pelos Mesopotâmicos - Tablete YBC 7 289
Série/Ano escolar		2º ano do Ensino Médio
Conteúdo Geral		Radiciação
Conteúdo(s) específico(s)		Operações Básicas/Radiciação / Sistema Numérico / Teorema de Pitágoras
Artefato mesopotâmico		YBC 7289
Competências/Habilidade(s)		1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (Competência geral 1). (BRASIL, 2018 p. 09) 2. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação gera. (Competência específica 1). (BRASIL, 2018 p. 532) 3. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (Competência específica 4). (BRASIL, 2018 p. 538)
Objetivo(s)	Professor	1. Envolver conhecimentos já estudados pelos alunos por meio de uma prática didática baseada em informações históricas, ou seja, história da matemática para o ensino de matemática, usando o artefato YBC 7289 de aproximadamente 1600 a. C, que trata da aproximação da $\sqrt{2}$. 2. Analisar possibilidades didáticas sobre o uso do artefato mesopotâmico YBC 7289.
	Aluno	1. Desenvolver habilidade próprias para realizar operações bem como usar teoremas conhecidos estabelecendo conexões entre áreas da própria matemática. 2. Estudar raízes de números irracionais por meio da determinação da diagonal de um quadrado em um artefato mesopotâmico, bem realizar pesquisas sobre bases de numeração mesopotâmia. 3. Compreender parte da matemática desenvolvida na antiga Mesopotâmia, por meio da exploração do artefato YBC 7289
Materiais e recursos necessários (se usar)		Computador, datashow, celulares, internet, régua, papel quadriculado ou A4, mesa digitalizadora, aplicativos.
Contexto histórico		Determinação da $\sqrt{2}$ pela civilização mesopotâmica em um tablete de argila de YBC7289 de aproximadamente 1600 a. C.
Informação histórica		Aproximação para a $\sqrt{2}$ no sistema sexagesimal babilônico

Fontes de referências principais.	BERLINGHOFF, William P, GOUVÊA, Fernando Q. **A Matemática através dos Tempos:** Um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Trad. GOMIDE, Elza F e CASTRO, Helena. 2ª ed. São Paulo: Blucher, 2010. BOYER, Benjamin. Carl; MERZBACH, Uta. C. **História da matemática**. Tradução: Helena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2018. EVES, Howard, **Introdução à História da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 5ª ed. Campinas, Editora da Unicamp. 2004 CARVALHO, João Bosco Pitombeira. ROQUE, Tatiana. **Tópicos de história da matemática** (Coleção PROFMAT). SBM, Rio de Janeiro,1ª ed. 2013 ROQUE, Tatiana. **História da matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
Duração da atividade	60 minutos
Conhecimentos prévios envolvidos	Operações aritméticas e algébricas básicas, sistema numéricoposicional decimal, geometria plana: figuras geométricas planas, elementos, área, perímetro, trinômio quadrado perfeito, médiaaritmética, teorema de Pitágoras.

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Referente a Atividade I, o Quadro 1 aponta os descritores, como título da atividade, conteúdos matemáticos explorados, conhecimentos prévios, fontes principais, artefato mesopotâmico, por exemplo. Em ambos os Quadros 1, 2 e 3 tratamos de aproximar as competências geral e específica contidas na BNCC, que possuem reflexos para a História da Matemática, visto que na Base, não há competências e habilidades específicas direcionadas diretamente a História da Matemática para o Ensino.

QUADRO 2 - Descritores da atividade II

Título da Atividade	Explorando o artefato matemático Mesopotâmico - Plimpton 322
Série/Ano escolar	2º ano do Ensino Médio
Conteúdo Geral	Triplas Pitagóricas
Conteúdo(s) específico(s)	Teorema de Pitágoras, Ternas Pitagóricas
Artefato Mesopotâmico	Plimpton 322
Competências/Habilidade(s)	1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a

		construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.(Competência geral 1). (BRASIL, 2018 p. 09) 2. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação gera.(Competência específica 1). (BRASIL, 2018 p. 532) 3. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (Competência específica 4). (BRASIL, 2018 p. 538)
Objetivo(s)	Professor	1. Identificar artefatos matemáticos mesopotâmicos que podem ser usados no processo de ensino de matemática. 2. Envolver conhecimentos já estudados pelos alunos por meio de uma prática didática baseada em informações históricas, ou seja, história da matemática para o ensino de matemática, pela atividade investigativa, usando o artefato Plimpton 322 de aproximadamente 1900 a 1600 a. C, que trata, especialmente, das tripas Pitagóricas. 3. Analisar possibilidades didáticas sobre o uso de artefatosmesopotâmico, especialmente o Plimpton 322.
	Aluno	1. Desenvolver habilidade próprias para realizar operações bem como usar teoremas conhecidos estabelecendo conexões entre áreas da própria matemática, com outras áreas conhecimento. 2. Estudar a relação Pitagórica no artefato Plimpton 322, um artefato matemático mesopotâmico, bem como realizar pesquisas sobre o sistema de numeração mesopotâmia, o sexagesimal. 3. Conhecer duas relações que determinam as triplas Pitagóricas. 4. Compreender a Matemática desenvolvida na antiga Mesopotâmia, no período 2000 a. C a 1500 a. C.
Materiais e recursos necessários (se usar)		Computador (notebook), datashow, celulares, internet, régua, papelA4, mesa digitalizadora, aplicativos para desenhos e escrita.
Contexto histórico		As Triplas Pitagóricas encontradas no tablete Plimpton 322, determinação pela civilização mesopotâmica aproximadamente 1900 a 1600 a. C.
Informação histórica		O Teorema de Pitágoras na Tábua Plimpton 322.
Fontes de referências principais		BERLINGHOFF, William P, GOUVÊA, Fernando Q. **A Matemática através dos Tempos:** Um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Trad. GOMIDE, Elza F e CASTRO, Helena. 2ª ed. São Paulo: Blucher, 2010 BOYER, Benjamin. Carl; MERZBACH, Uta. C. **História da Matemática**. Tradução: Helena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2018 EVES, Howard, **Introdução à História da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 5ª ed. Campinas, Editora da Unicamp. 2004 CARVALHO, João Bosco Pitombeira. ROQUE, Tatiana. **Tópicos de História da Matemática** (Coleção PROFMAT). SBM, Rio de Janeiro, 1ª ed. 2013 ROQUE, Tatiana. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
Duração da atividade		60 minutos

Conhecimentos prévios envolvidos	Operações aritméticas básicas, sistema numérico posicional decimal, Teorema de Pitágoras, paridade, números primos, ternas Pitagóricas.

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Os Quadros 1, 2 e 3, além de descritores, são guias para a confecção de novas atividades investigativas pautadas na História da Matemática, pois os mesmos, revelam o contexto histórico, informação histórica e artefatos históricos matemáticos, em que outros professores pesquisadores podem explorar.

QUADRO 3 - Descritores da atividade III

Título da Atividade		Equação do Segundo Grau na Mesopotâmia – Tablete BM 13901
Série/Ano escolar		2º ano do Ensino Médio
Conteúdo Geral		Equação do segundo grau
Conteúdo(s) específico(s)		Método babilônico de resoluções de equação quadrática
Artefato Mesopotâmico		BM 13901
Competências/Habilidade(s)		Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (Competência geral 1). (BRASIL, 2018 p. 09) Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (Competência específica 4). (BRASIL, 2018 p. 538) 3. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação gera. (Competência específica 1). (BRASIL, 2018 p. 532)
Objetivo(s)	Professor	1. Identificar artefatos matemáticos mesopotâmicos que podem ser usados no processo de ensino de matemática. 2. Analisar possibilidades didáticas sobre o uso de artefatos mesopotâmico, em especial, o BM 13901, usando a história da matemática para o ensino. 3. Envolver conhecimentos já estudados pelos alunos por meio de uma prática didática baseada em informações históricas, ou seja, história da matemática para o ensino de matemática, pela atividade investigativa, usando o artefato BM 13901 de aproximadamente 2000 a. C a 1550 a. C, que trata, de problemas, principalmente, problemas de equação do segundo grau.

	Aluno	1. Desenvolver habilidade próprias para realizar operações bem como usar métodos conhecidos estabelecendo conexões entre áreas da própria matemática, com outras áreas conhecimento. 2. Compreender a Matemática desenvolvida no período 2000 a. C a 1500 a. C na antiga Mesopotâmia.
		3. Conhecer o método mesopotâmico de resolução dos problemas com equação do segundo grau explorado no artefato BM 13901, um artefato matemático mesopotâmico. 4. Estabelecer ou compreender a relação de semelhança entre os métodos de resoluções, o atual, ou seja, usando a "formula", e a "receita" mesopotâmica para os problemas de equação do segundo grau.
Materiais e recursos necessários (se usar)		Computador (notebook), datashow, celulares, internet, mesa digitalizadora, aplicativos
Contexto histórico		Método de resolução de problemas de equações do segundo grau com três termos, encontrados no tablete BM 13901, realizado pela civilização mesopotâmica aproximadamente 2000 a. C a 1550 a. C.
Informação histórica		Artefato matemático mesopotâmico, o tablete BM 13901 e oproblema de equação do segundo grau na Babilônia.
Fontes de referências principais		BOYER, Benjamin. Carl; MERZBACH, Uta. C. **História da Matemática**. Tradução: Helena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2018 CARVALHO, João Bosco Pitombeira., ROQUE, Tatiana. **Tópicos de História da Matemática** (Coleção PROFMAT). SBM, Rio de Janeiro, 1ª ed. 2013 GONÇALVES, Ida Maria Faria de Lira. Os problemas da Matemática: o seu papel na matemática e nas aulas de matemática. 2011. 491 f. Tese (Doutorado em Matemática),Universidade da Madeira, Funchal, 2011 ROQUE, Tatiana. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012
Duração da atividade		60 minutos
Conhecimentos prévios envolvidos		Operações aritméticas e algébricas básicas, sistema numérico posicional decimal, método de resolução da equação do segundo grau atual.

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Nos Quadros 1, 2 e 3 direcionam, delineiam e corroboram o planejamento da ação pedagógica, desta forma, torna-se útil sua reutilização no uso didático como ferramenta auxiliadora em aulas de Matemática, pois estes alinham fatores como o tempo de execução, os materiais e recursos didático-pedagógicos e os objetivos voltados para o professor e para o aluno.

A análise dos dados consistirá no uso da metodologia de análise denominada análise de conteúdo de Laurence Bardin (2016) que informa que se trata de conjunto de instrumentos metodológicos, cada vez mais sutis, em constante aperfeiçoamento, que se aplicam a discursos (conteúdos e continentes) extremamente diversificados, aos quais podem auxiliar na elaboração de possibilidades didáticas a partir de categorizações que podem emergir dos dados coletados.

> Definitivamente, o terreno, o funcionamento, e o objetivo da análise de conteúdo, podem resumir da seguinte maneira: Atualmente, e de modo geral, designa-se sob o termo de análise de conteúdo: Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/ recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens (BARDIN, 2016, p. 48).

Desta forma, passemos a apresentar e analisar os resultados a partir dos dados produzidos com a aplicação dos questionários inicial e final, bem como das três atividades e do momento de interação virtual.

2 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

2.1 SOBRE O QUESTIONÁRIO INICIAL

O questionário inicial, encontrado, com questões abertas, tinha objetivo de sondar o conhecimento prévio dos alunos. Logo abaixo, temos a descrição das respostas dadas por parte do alunado.

Já estudou Matemática utilizando a História da Matemática? Que conteúdos estudou? Comente um pouco. Este é o enunciado da primeira questão. Sobre esta, treze

(13) alunos informaram que não estudaram conteúdos de matemática usando a História da Matemática e um (01) informou que não lembrava. Três (03) alunos informaram que já estudaram algum conteúdo, por exemplo, matrizes, porcentagem, área, volume e o Teorema de Pitágoras. Dois (02) alunos informaram que já estudaram, e que o conteúdo é relacionado aos algarismos romanos.

Percebemos que 74% informaram não ter estudado algum conteúdo matemático com alusão a fatos da História da Matemática. Já os alunos que responderam sim, 26% elencaram numerais romanos, teorema de Pitágoras, e que geralmente seus nomes já levam ou mencionam algum aspecto da própria História como personalidade ou civilização.

Em Chaquiam (2017) esta ausência da exploração da História da Matemática em sala de aula pelos professores fica evidenciada em alguns argumentos, como sendo comum “ouvir de alunos e professores que a História da Matemática pouco contribui para a compreensão da própria Matemática, de um modo geral, é um desperdício de tempo e esforço” (CHAQUIAM, 2017 p. 14).

No segundo questionamento, buscava-se que ideias os alunos possuem acerca da origem da Matemática, com base em Bardin (2016) construímos duas categorias ou classificações com relação à resposta dos alunos, com base na localização e com base na necessidade humana. Desta forma, sete

(07) dos alunos informaram que o surgimento da Matemática está ligado à necessidade de medir, quantificar ou contar, que são, de acordo com as bases teóricas da História da Matemática, as primeiras formas de pensamento matemático que surgiram pela necessidade de controlar e conhecer contagens, medidas e representações.

Dos alunos que comentaram sobre a região de surgimento da Matemática, treze (13) informaram ser no Antigo Egito e no Império Babilônico. Podemos inferir que cerca de 68% dos alunos tem uma boa definição sobre a região onde possivelmente a Matemática tem seu surgimento e que aproximadamente 90% dos que responderam, sobre como se deu o surgimento da Matemática, possuem a ideia central que está na necessidade humana de contagem e quantificação, conforme Roque e Carvalho (2012).

> Os primeiros testemunhos do que ser concebido como um tipo de escrita, datam aproximadamente do quarto milênio a. C. e são provenientes da Baixa Mesopotâmia. O surgimento da Matemática e da escrita, nesta região, estão intimamente relacionados. As primeiras formas de escrita foram motivadas pela necessidade de se registrarem quantidades. (ROQUE; CARVALHO, 2012, p. 2)

Na terceira questão, desejávamos perceber a compreensão que os participantes tinham sobre a Mesopotâmia ou sobre a Babilônia. Baseado em Bardin (2016) construímos duas categorias ou classificações com relação à resposta dos alunos, uma com base no significado da palavra Mesopotâmia e outra tomando como base nas civilizações antigas. A reposta com maior frequência, aproximadamente 37%, foi área entre os rios Tigres e Eufrates, vindo da semântica da palavra Mesopotâmia. Outros 26% responderam que está ligada a uma civilização antiga. Então, aproximadamente 63% tem uma informação significativa sobre a Mesopotâmia.

Algumas respostas foram reveladoras, apontando que em outras áreas de conhecimento ou componente curricular, como por exemplo, em História, já estudaram sobre esta Antiga Civilização, o que corrobora que a História da Matemática para o Ensino da Matemática, pode ser trabalhada de forma interdisciplinar, uma vez que pela sua História, emerge possibilidades quando usamos novas formas de apresentá-la, tornando-a mais contextualizada, interdisciplinar, agradável, criativa e mais humanizada (CHAQUIAM, 2017).

A quarta questão buscava saber se os alunos conheciam algum material antigo (artefato) que rememorasse a História da Matemática. O enunciado da referida questão foi assim estruturado: Em algumas ciências existem muitos objetos antigos (artefatos) que podem oferecer-nos informações ou conhecimento, e através destes objetos conseguimos “contar” belas histórias. Como é possível

"contar" a História da Matemática? Conhece algum objeto ou documento antigo que possibilite conhecer a História da Matemática? Comente.

Dos participantes que responderam, onze (11) alunos afirmaram não conhecer, três (03) responderam „não". Cinco (05) citaram algum artefato, por exemplo, pergaminho e o ábaco. Pelas informações, aproximadamente 26% dos participantes corroboram que os artefatos matemáticos podem auxiliar como recurso metodológico para Ensino de Matemática por meio da História da Matemática. Mais ainda, como ressalta Oliveira (2009), estes artefatos podem contar a nós as contribuições das civilizações antigas, técnicas, conhecimentos e informações que podem auxiliar no entendimento de conteúdos matemáticos.

Como os artefatos explorados estão escritos na forma cuneiforme e utilizam o sistema sexagesimal posicional mesopotâmico, na quinta questão, tratamos de fazer a seguinte indagação: atualmente utilizamos o sistema de decimal, já ouviu falar de outro sistema de numeração? Qual (ais)? Com objetivo de colher informação se os nossos participantes já tiveram contato sobre o sistema sexagesimal. Seis (06) alunos comentaram que tem informação sobre o sistema numérico Romano, e cinco (05) afirmaram acerca do sistema binário. Pela observação em sala de aula este reconhecimento ocorre pelo fato da presença destes números romanos em seio social (mas não se trata de um sistema de base, e sim a simbolização e formas de escrita), por exemplo, no relógio e, pelo fato do uso contínuo deste sistema em aparelhos eletrônicos, por exemplo, o computador, no caso do binário. Um (01) aluno nos informou que já ouviu falar sobre o sistema numérico egípcio. Três (03) alunos não conhecem nenhum outro sistema numérico e quatro (04) não responderam.

Já na sexta questão, referimo-nos diretamente ao sistema numérico posicional mesopotâmico, o sexagesimal, questionando se os participantes o conheciam. Apesar de que nenhum aluno se referiu ao sistema sexagesimal na questão anterior. Mediante a resposta dos alunos, por Bardin (2016), temos as categorias sim e não. Treze (13) alunos afirmaram não conhecer e apenas um (01) informa que sim, quatro (04) disseram que já ouviram falar. É intrigante, porém aproximadamente 68% dos alunos não conheciam o sistema numérico mesopotâmico.

Indagados se percebiam a Matemática como área de conhecimento que contribui para o desenvolvimento da sociedade, os participantes puderam deixar seus posicionamentos na sétima questão, com o seguinte enunciado: É possível perceber a Matemática como um conhecimento que contribuiu para o desenvolvimento de nossa sociedade? Como poderia nos explicar? Seis (06) alunos responderam apenas "sim". Dois (02) alunos responderam que a Matemática é muito importante e

que está a nossa volta. Cinco (05) afirmaram que a Matemática contribui e que é justificado pela evolução da linguagem humana. Seis alunos (06) reafirmaram que é possível perceber em relação ao dia a dia.

É perceptível pelas respostas dos alunos que quase todos os presentes compreendem a importância, a utilidade, sua grandiosidade e a presença da Matemática na vida diária e em sociedade. Portanto, que através da História da Matemática, possamos perceber o grande esforço que foi e está sendo para chegar ao ponto onde estamos com a Matemática, mais ainda que ela não é uma ciência pronta e acabada. Esta história das dificuldades, da dedicação e esforço, da aplicação do tempo envolvidos em toda a evolução da Matemática dá a medida da grandeza que é esta realização humana que se dar por grupo, povos ou civilizações, torna-se perceptível quando usamos a História para o ensino de Matemática (BOYER; MERZBACH, 2018).

Neste próximo parágrafo passamos à análise das informações contidas nas respostas dos participantes deste estudo nas referidas Atividades I, II e III. Ressaltamos que estas atividades constam com seus descritores nos Quadros 1, 2 e 3, nos quais apresentamos características fundamentais para cada uma dela.

2.2 SOBRE AS ATIVIDADES

As atividades foram intituladas das seguintes formas Atividade I - A aproximação da pelos Mesopotâmicos – Tablete YBC 7289, Atividade II - Tábua Plimpton 322, um artefato mesopotâmico pitagórico e Atividade III - Equação do Segundo Grau na Mesopotâmia – Tablete BM 13901. A turma foi dividia em grupos no momento de realização das atividades.

A primeira questão aberta da Atividade I solicita a descrição e representação de como o aluno encontraria uma aproximação da no sistema decimal. Havendo a indagação sobre o método de encontrar uma aproximação para raiz quadrada de um número natural qualquer, os alunos argumentaram. Procura-se números maiores e menores que tenha a raiz quadrada exata, extrai-se essas raízes, daí é multiplicar por si mesma, a primeira aproximação que jugam ser a melhor, procura-se uma nova aproximação com mais casas decimais, e multiplica-se por si mesma. Este processo pode ser feito quantas vezes desejarem, quanto mais casas decimais, melhor fica a aproximação da raiz quadrada.

Pela observação e relatos orais nos momentos de intervenção, notamos que os participantes até sabem como encontrar uma aproximação da raiz quadrada de um número natural, porém eles não

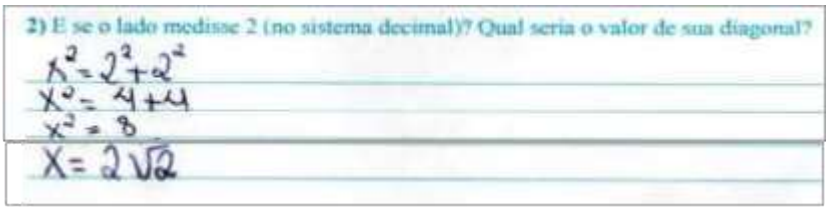
sabem por que estão fazendo tal procedimento, não apresentam um argumento matemático para a realização deste processo. Por exemplo, eles não enxergavam que o número é a diagonal de quadrado de lado1.

Retomando com os participantes, pudemos provocar o que significava este momento, este número e sua representação. Como já foi mencionado, realizando um paralelo pela História da Matemática, proporcionando a ressignificação (SAITO, 2015). Como salienta Mendes (2009a)

> É necessário muitas vezes explicitar os objetivos, procedimentos de execução, discussões a serem realizadas e relatos orais e escritos previstos em cada atividade. De como que os alunos possam reconstruir os aspectos conceituais relevantes dessa Matemática, avançando significativamente na organização conceitual do conteúdo (MENDES, 2009a, p. 92).

Na segunda questão, desejávamos verificar se os alunos compreenderam uma das possíveis estratégias que os mesopotâmicos usaram no cálculo da diagonal do quadrado, presente no artefato YBC 7298. Pergunta-se: E se o lado do quadrado medisse 2, no sistema decimal? Qual seria o valor de sua diagonal?

FIGURA 1 - Resposta de um grupo à segunda pergunta da atividade I



FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

O resultado pode ser imediato, como vemos na Figura 1, a resposta do G4. Percebeu-se durante este segundo momento que eles já associaram ao teorema de Pitágoras, que está presente no YBC 7289, o que foi favorável ao texto, pois, desejava-se da exploração dos artefatos, elencarmos possibilidades didáticas, dentre estas, estão os conteúdos ou tópicos de matemática estudados na Educação Básica, presentes nos artefatos históricos matemáticos mesopotâmicos que se utilize da História da Matemática como mola propulsora, auxílio didático para o Ensino de Matemática.

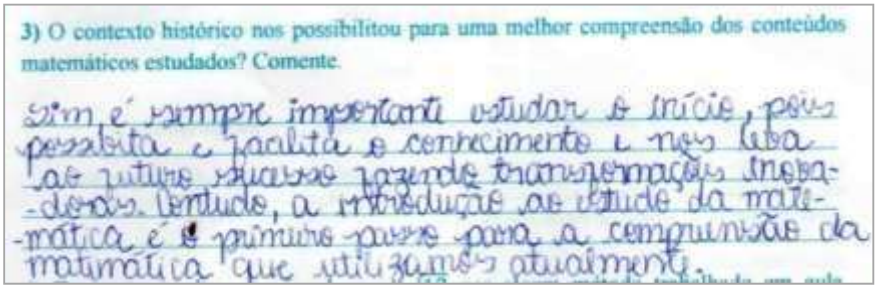
A existência, e uso da relação entre os lados de um triângulo retângulo, já era conhecida mesmo antes de Pitágoras.

> A tradição é unânime em atribuir a Pitágoras a descoberta independente do teorema sobre triângulos retângulos hoje universalmente conhecido pelo seu nome – que o quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a soma dos quadrados sobre os catetos. Já vimos que esse teorema era

> conhecido pelos Babilônios dos tempos de Hamurabi, mais de um milênio antes (EVES, 2004, p.103)

A questão 03, que permite refletirmos, por exemplo, sobre Matemática, Ensino de Matemática e abordagem metodológica, sendo os alunos indagados com o seguinte enunciado: O contexto histórico nos possibilitou para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos estudados? Comente. Na Figura 2, temos uma resposta, do grupo G4, que corrobora conosco, no que tange a esta estratégia, o uso de atividades investigativas por meio da História da Matemática para o Ensino de Matemática. E de fato, a História da Matemática torna-se um forte potencial, proporcionando um melhor estudo, compreensão e aplicação dessa ciência, tornando-a mais significativa, uma vez que conforme Oliveira: "Quando utilizar a História da Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem dessa disciplina visando à compreensão e à significação" (OLIVEIRA, 2009, p. 73).

FIGURA 2 - Resposta de um grupo à terceira pergunta da atividade I

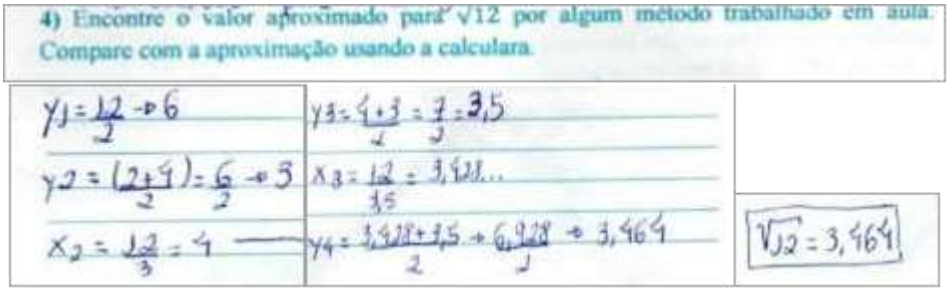


FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

Encontrar o valor aproximado para $\sqrt{12}$ por algum método trabalhado com a exploração do artefato. Pretendíamos, nesta quarta e última questão da Atividade I, verificar se os alunos conseguiam pôr em prática as informações obtidas da exploração do artefato YBC 7289, em seguida, comparar com a aproximação utilizando a calculadora.

Dois dos grupos, G1 e G4, optaram por usar o método com auxílio da média aritmética, segundo Boyer e Merzbach, (2018) e explanado durante a intervenção. Percebemos que parte dos participantes compreenderam e realizaram o procedimento adequado encontrando uma aproximação. No entanto, pela Figura 3 , é evidente que se os alunos tivessem explorado mais passos e casas decimais encontrariam uma melhor aproximação para a $\sqrt{12}$, que aproximadamente é 3,46410161513.... É notório que o foco não é realizar apenas o algoritmo com maestria, mas compreender que o artefato YBC 7289 revela o desenvolvimento matemático de uma civilização, e que o método é eficaz valendo para usarmos atualmente.

FIGURA 3 - Resposta do G4 à quarta pergunta da atividade I



FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

Da exploração do artefato YBC 7289, elaboramos o Quadro 4 com tópicos de Matemática que tornam possibilidades didáticas trabalhados na Educação Básica. Ressaltamos, portanto, que os Quadros 4, 5 e 6 foram criados para destacar os conteúdos matemáticos que emergem da exploração dos artefatos em estudos, respectivamente, o YBC 7289, Plimpton 322 e o BM 13901 como possibilidade didática.

QUADRO 4 – Conteúdos como possibilidade didática - YBC 7289

Possibilidade Didática	Tópicos explorados
Conteúdos Matemáticos que emergem	Sistema de numeração mesopotâmico, o sexagesimal, sistema decimal, conversões entre os dois sistemas, radiciação com os
	sistemas sexagesimal e decimal, aproximações de raiz quadrada de um número natural, representação geométrica (quadrado e triângulo retângulo), determinação da área do quadrado e de sua diagonal, números irracionais (a irracionalidade de $\sqrt{2}$), teorema de Pitágoras.
Interdisciplinaridade / Multidisciplinar	História: Grandes civilizações, impérios, reinos, cultura e sociedade. Geografia: Localização das antigas civilizações e correspondentes países atuais.

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Passemos, então, para o terceiro encontro, realização da Atividade II, uma exploração a tábua Plimpton 322. Portanto, a primeira questão, vem com enunciado: para você verificar se (9, 40, 41) forma uma terna pitagórica poderá recorrer às técnicas apresentadas. Qual o procedimento você usaria? Como você consegue gerar outros ternos a partir deste?

Categorizando como relação pitagórica, por Bardin (2016), percebemos que os participantes compreenderam a exploração do artefato Plimpton 322, associando aos três números dados como sendo medidas dos lados de um triângulo e que, se satisfazem a relação entre eles, chamada por Teorema de Pitágoras, este triângulo é retângulo, consequentemente, os valores formam uma terna pitagórica. Ficou claro que relacionaram o conteúdo do artefato, mesmo que produzido pelos mesopotâmicos mais de um milênio antes de Pitágoras, ao teorema que leva seu nome. Segundo Katz

(2009), há evidências substanciais, sendo estas, por exemplo, o YBC 7289 e a Plimpton 322, que os babilônios usavam a relação $+ = $, sendo a, b e c medidas dos lados de um triângulo retângulo,

ficando conhecida como uma terna pitagórica, devido ao filósofo matemático grego Pitágoras, que surge mais de um milênio de anos depois destas evidências mesopotâmicas.

A segunda pergunta indagou se os participantes conseguiam perceber alguma conexão entre as partes da própria Matemática e entre outras áreas do conhecimento? Foi possível realizar estas conexões por meio da História da Matemática? Comente.

Por Bardin (2016) destacamos algumas palavras das respostas dos participantes, são elas: Matemática, História, Mesopotâmicos, Pessoas e Escrita. É fundamental que o aluno percebesse a construção, relação e desenvolvimento do conhecimento entre as suas áreas, e por meio da História da Matemática para o Ensino de Matemática como auxiliadora, uma ferramenta didática esta possibilidade ficou evidenciada. Ressaltamos, portanto, que pelas respostas, os alunos associam as áreas de conhecimento, ou seja, a interdisciplinaridade entre a Matemática e a História.

Perceber a humanização da Matemática nestas respostas é de suma importância. Compreender que não é apenas número, nem simplesmente um emaranhado de fórmulas sozinhas que dão sustentação ao conhecimento matemático, não se trata de apenas teoremas, mas sim de pessoas, homens e mulheres, povos, nações numa construção de conhecimento, no desenvolvimento da ciência, em especial, da Matemática, foi possível por meio das atividades baseadas na investigação históricas, conforme (MENDES, 2009b).

Pautados em nosso aporte teórico, foi que criamos e aplicamos nossas atividades. Desta forma, com a terceira questão, de enunciado: A História da Matemática dá „sentido" à própria Matemática ensinada no Ensino Médio? Comente. Contamos com os argumentos dos grupos, e não apenas nesta questão, mas pelas anteriores também, até por que as perguntas são complementares.

Nos atentamos, segundo Bardin (2006), para algumas palavras enunciadas nas respostas dos grupos, destacamos: Matemática, Origem, Artefatos e Sentido. Apesar de ser verdadeiro que os artefatos apresentam dificuldades para nós, quanto à exploração, devido algumas razões, por exemplo, a escrita, que é a cuneiforme, o sistema de numeração posicional, o sexagesimal, na estrutura ou condições que o artefato se encontra, acesso ao artefato, e na própria Matemática que se desenvolvia naquela época. Porém, ao estudá-los, profundamente, haverá maior sentido o que fazemos hoje, dando significado à Matemática ensinada nas escolas de Educação Básica do Ensino Médio.

Nossas percepções nesta segunda atividade, dizem respeito aos participantes que compreenderam quais conteúdos podemos explorar através do artefato, bem como relacioná-los, fazendo paralelo entre momentos históricos contidos na História da Matemática para seu Ensino e assim desencadeando a visão sobre o desenvolvimento da Matemática relacionado a sua origem com a escrita, povos, civilizações, evidenciando a Matemática mais humanizada, dando sentido a esta ciência estudada nesta etapa escolar. Portando, o Quadro 5 aponta, como possibilidades didáticas os conteúdos matemáticos que emergem desta exploração realizada no artefato Plimpton 322,

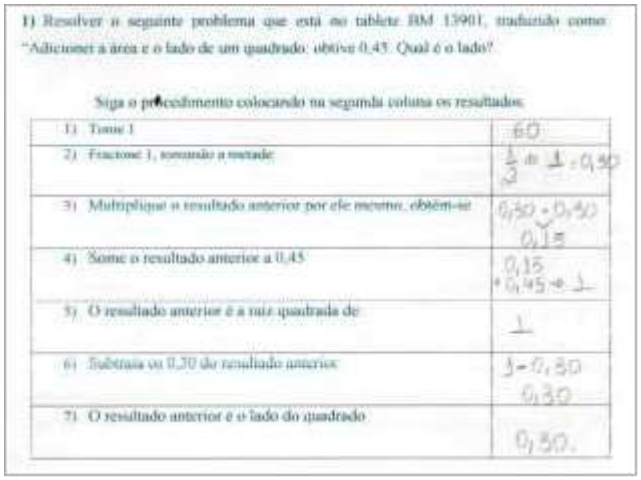
QUADRO 5 - Conteúdos como possibilidade didática – Plimpton 322.

Possibilidades Didáticas	Tópicos Explorados
Conteúdos Matemáticos que emergem	Ternas pitagóricas, teorema de Pitágoras, a recíproca do teorema de Pitágoras, paridade e números primos. (Trigonometria)
Interdisciplinaridade	História: As grandes civilizações - Mesopotâmia e Grécia
Paralelo dentro da História da Matemática	Matemática Mesopotâmica - os artefatos e a Matemática Grega – Pitágoras e a escola pitagórica

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Passemos agora a apresentar e analisar os dados referentes à Atividade III, nesta, exploramos o artefato BM 13901, em especial os problemas relacionados com equações do segundo grau. Expomos o método, como os mesopotâmicos resolviam tais problemas, relacionando como a fórmula atual. A primeira questão, que tem o seguinte enunciado: adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0,45. Qual é o lado? O grupo G2, cometeu um equívoco no passo 6, não subtraindo 0,30 de 1. Já a resolução proposta pelo grupo G3, está correta, seguindo cada passo, executou corretamente, demonstrando compreensão no uso do sistema sexagesimal, vista na Figura 4. Portanto, pela inferência, Bardin (2016), 50% dos grupos expressaram compreensão no método mesopotâmico, conhecido como receita, conforme Katz (2009), ou algoritmo segundo Ramos (2016) para a resolução de problema com equação quadrática.

FIGURA 4 - Resposta do grupo G3 à primeira pergunta da atividade III



1) Resolver o seguinte problema que está no tablete BM 13901, traduzido como: "Adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0,45. Qual é o lado?

Siga o procedimento colocando na segunda coluna os resultados.

1) Tome 1	60
2) Fracione 1, tomando a metade	$\frac{1}{2}$ de 1 - 0,50
3) Multiplique o resultado anterior por ele mesmo, obtém-se	0,50 . 0,50 = 0,25
4) Some o resultado anterior a 0,45	0,25 + 0,45 = 1
5) O resultado anterior é a raiz quadrada de	1
6) Subtraia os 0,50 do resultado anterior	1 - 0,50 = 0,50
7) O resultado anterior é o lado do quadrado	0,50.

FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

Indagados na segunda questão se conseguiram relacionar ou percebiam alguma semelhança entre o método descrito no artefato mesopotâmico e a resolução de equações de segundo grau, pela fórmula atual, os grupos propuseram argumentos revelando clareza que conseguiram perceber uma relação, uma semelhança entre os métodos de resoluções.

Segundo Chaquiam (2017) e pela exploração do artefato matemático BM 13901, os mesopotâmicos trabalhavam com problemas, que envolvem a solução de equações de grau dois, fazendo uso das transformações algébricas com os seguintes tipos de equações: $x^2 + bx = c$ $x^2 = bx + c$ e $x^2 + c = bx$ ou ao equivalente $x^2 - bx = c$ que pode ser resolvido pela expressão x= $\sqrt{(b/2)^2 + c} + b/2$

Assim, desta mesma forma, corrobora Gonçalves (2011), afirmando:

> A maior mestria dos escribas babilônicos na resolução de equações revela- se nas equações quadráticas. Podemos dizer que os escribas da Antiga Babilônia resolviam qualquer equação do segundo grau completa, por processos que correspondem à aplicação da nossa fórmula resolvente (GONÇALVES, 2011, p.16).

Pelo delineamento da Atividade III, propomos a terceira pergunta com o seguinte enunciado: Por meio da História da Matemática podemos associar um (algoritmo) método de resolução de equação do segundo grau por meio do tablete BM 13901. É intrigante, por exemplo, isto responde aquela perguntinha que sempre aparece “De onde isso vem? ” Comente.

Dos três grupos, respectivamente, destacando as palavras e expressões, História da Matemática, tablete BM 13901, formação da Matemática, e conforme Bardin (2016), inferimos que, pelas afirmações dos grupos, por meio da História da Matemática, poderemos chegar a algumas

justificativas para origem e como a Matemática chega até nós, por meio de situações criadas na referida época dos mesopotâmicos.

Da exploração do tablete BM 13901, observamos o desenvolvimento de métodos de resoluções de equações do segundo grau alcançando os nossos dias, relacionando com o método atual, permitindo que o aluno da educação básica, em especial, do ensino médio, compreenda a formação da Matemática, dando maior sentido a esse componente curricular estudado nesta etapa de escolarização, uma vez que Segundo Mendes, "o conteúdo histórico deve ser o elemento provocador da investigação e gerador da Matemática, pois se constitui um fator esclarecedor dos porquês matemáticos tão questionados pelos estudantes em todos os níveis de ensino" (MENDES, 2009b, p.93).

Nessa mesma direção, segundo Oliveira (2009), percebemos a importância que estes artefatos possuem, para a sociedade e para a ciência em geral, pois são instrumentos criados para auxiliar na comunicação do desenvolvimento da linguagem, principalmente a escrita, dando um suporte histórico, cultural e científico, em especial, para a Matemática.

Portanto, como possibilidades didáticas, os conteúdos matemáticos que emergem desta exploração realizada no artefato BM 13901, podendo estes serem trabalhados sistematicamente para o Ensino de Matemática por meio da História da Matemática, estão sintetizados no Quadro 6.

QUADRO 6 – Conteúdos como possibilidade didática – BM 13901

Possibilidade Didática	**Tópicos Explorados**
Conteúdos matemáticos que emergem	Equação do primeiro e do segundo grau e sistema linear.
Paralelo entre momentos da História da Matemática	Método Babilônico (a receita) e atual, (a fórmula) para a resolução de equação de grau dois.

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

2.3 SOBRE O QUESTIONÁRIO FINAL

As percepções dos alunos sobre o estudo realizado com cada artefato e a contribuição da História da Matemática envolvida em todo o conteúdo desenvolvido neste texto. Entendemos que este instrumento, propicia uma fala quanto aos resultados desejados deste estudo. Este por sua vez, está diretamente relacionado com os outros instrumentos de produção de dados, o questionário inicial, as Atividades I, II, III e a Interação Virtual.

O texto referente à primeira pergunta, diz: o que você achou das aulas utilizando a História da Matemática? Comente.

Interessante, importante, legal, didática, produtiva, essencial e útil, foram palavras chaves, destacadas das respostas dos alunos, conforme Bardin (2016), o Ensino de Matemática por meio da História da Matemática como auxílio, ou ferramenta, ou ainda como metodologia nas aulas de Matemática, quando planejada e executada com orientação aos alunos, norteadas por atividades investigatórias pode proporcionar esses sentimentos descritos pelos alunos. Ressaltamos que a resolução desse questionário final se deu de forma individual.

Consideramos que uma aula com novidades em conteúdos, ou seja, a elaboração de possibilidades que promovam a ressignificação de ideias, proporciona novas experiências aos alunos, que assim, visualizam a importância da Matemática no contexto atual, e que a aula não foi uma mera repetição costumeira, mas momentos interessantes com produtividade, motivação e didática, auxiliada pelos recursos físicos e digitais dando sentido à Matemática estudada na Educação Básica. Assim corroboramos o pensamento de Mendes (2009b) quando afirma que

> Pode-se considerar, que o uso da história como recurso pedagógico tem como principal finalidade promover um ensino-aprendizagem da Matemática que busque dar uma ressignificação ao conhecimento matemático produzido ao longo do tempo. Com essa prática, considero ser possível imprimir maior motivação e criatividade cognitiva às atividades de sala de aula durante a ação docente (MENDES, 2009b, p.76).

O texto da segunda questão do questionário final, pergunta ao participante se ele tem curiosidade ou deseja conhecer outros fatos históricos sobre alguns conteúdos de Matemática, e quais seriam estes? Dos que responderam à questão, três (03) disseram apenas “sim”, afirmando ter curiosidade, desejando conhecer algum fato histórico ou conteúdo de Matemática por meio da História da Matemática. Um (01) aluno informou que tem curiosidade em saber, “Como eles escreviam na argila.”. Neste caso, ele refere-se aos artefatos mesopotâmicos com escrita cuneiforme. E fizemos questão de explicar como se dava este processo. Onze (11) alunos informaram que não, ou não sabia, ou não conheciam, ou seja, que não sentiam curiosidades.

Pautados nas respostas dos alunos, que pelo menos 38% dos participantes despertaram sua curiosidade em conhecer algum fato histórico, por exemplo, números primos, ou área da Matemática, no caso o surgimento da Álgebra e ainda as grandes construções no Egito, as pirâmides. Desta forma, o Ensino de Matemática por meio da História da Matemática, com elemento norteador, atividade histórica, em nosso caso, com uso dos artefatos matemáticos mesopotâmico, tem potencialidade

didática que desperta a curiosidade do aluno, podendo ser usado este fato para buscar, investigar, pesquisar sobre outros fatos históricos, possibilitando que o aluno seja proativo na construção do seu conhecimento.

Solicitamos os registros ou considerações (comentários) sobre as aulas desenvolvidas com a exploração dos artefatos mesopotâmicos YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901 para a terceira questão do questionário final.

Destacando algumas palavras chaves ou expressões, por Bardin (2016), conforme as respostas dos alunos: slides, importância dos artefatos, cálculo na argila, planejamento, didático e produtividade. Portanto, o uso dos instrumentos, por exemplo, o computador, datashow e dos slides, internet, bem com os recursos virtuais, como plataforma e aplicativos/programas, proporcionaram uma melhor compreensão na exploração dos artefatos, bem com a percepção que cada um deles possui sua história, seus conteúdos e que são relevantes para a compreensão da Matemática. Desta forma as aulas/exploração dos artefatos com as atividades com um bom planejamento didático propicia aprendizagem, pois as mesmas não foram atividades entediantes, mas sim, produtivas.

Desse modo, segundo Mendes (2009a, p. 95), "o professor deve explorar o processo histórico da construção dos tópicos matemáticos", da mesma forma Miguel e Miorim (2011) destacam a reflexão sobre a construção do conhecimento historicamente produzido. Mais ainda, Oliveira, defende "a utilização de artefatos, como fio condutor das atividades de ensino sobre o conceito de mediação" (OLIVEIRA, 2009, p.91).

> Mas, é evidente que alguns participantes tiveram dificuldades, assim relataram. "*Achei legal, não conhecia. Porém, um pouco difícil".*
>
> *"Muito bem explicado cada artefato".*
>
> *"Gostei das aulas, mas não entendi muito bem".*
>
> *"Foi difícil, mas nada impossível de aprender, acredito que uma boa pesquisa sobre o assusto, pode resolver".*

A quarta questão do questionário final, buscou o ponto de vista dos participantes sobre as atividades que foram desenvolvidas. Entendemos que as quatro perguntas abertas deste questionário estão diretamente interligadas, pois ao perguntarmos sobre curiosidades em outros fatos históricos ou conteúdo, ou ainda sobre as aulas usando a História da Matemática, ou sobre a exploração dos três artefatos, estamos tratando sobre as atividades que foram desenvolvidas.

Selecionamos das respostas dos alunos, entendendo que as atividades proporcionam compreensão nos conteúdos bem como no desenvolvimento da Matemática, enriquecidas com atualização do

conhecimento em História da Matemática, sendo estas bem executadas de formas atrativas e produtivas. Portanto, segundo Mendes (2009b), sobre o uso da atividade investigatória, deve ser sistematizado, organizado, orientado pelo professor, bem como evidenciando os objetivos e procedimentos presentes para cada atividade, considerando as condições ambientais estimuladoras e psicológicas dos envolvidos.

Porém tivemos fatores, como por exemplo, trabalhar com o sistema sexagesimal que deixaram as mesmas um pouco difícil, como relatam alguns participantes.

> *"Achei bem interessante, mas tive dificuldade"; "Boa, mas tive dificuldade";*
> *"Um pouco complicado"; "Achei ótimo";*
> *"Atrativa";*
> *"Um pouco difícil".*

2.4 SOBRE A INTERAÇÃO VIRTUAL

Para concluirmos com os instrumentos de produção de dados, bem com a apresentação e análise dos resultados, usamos o momento de Interação Virtual, pela plataforma, Mentimeter, disponível em https://www.mentimeter.com/app, criamos algumas situações, dentre estas, a seguinte: Uma palavra sobre as aulas usando História da Matemática para o ensino de Matemática; a História da Matemática pode tornar a aula.

Este momento de interação foi possível por meio do planejamento para as atividades baseadas em História da Matemática para o ensino, explorando os artefatos históricos matemáticos mesopotâmicos, com recursos didáticos modernos e alternativas didáticas ativas para a aprendizagem. Pudemos visualizar um retorno dos participantes, no qual, aproximadamente, 61% dos participantes, revelam que a aula é contextualizada, com conhecimento e útil para a sociedade. Mais ainda, aproximadamente, 33% ressaltam que a aula é interessante, significativa tornando a Matemática mais humana.

Portanto, uma aula mediada pela História da Matemática para o ensino de Matemática, pela exploração de artefatos históricos Matemáticos Mesopotâmicos emergem possibilidades didáticas que revelam uma Matemática mais humana, significativa, contextualizada com conhecimento para a sociedade, provocando curiosidade e despertando interesse do aluno.

Reiteramos que as possibilidades didáticas encontradas e elencadas no Quadro 7, não estão aqui esgotadas ou exauridas, pois outros pesquisadores podem explorá-los, ou outros artefatos

matemáticos mesopotâmicos e extrair novas e diferentes possibilidades didáticas que são totalmente aplicáveis numa aula de Matemática.

QUADRO 7 - Possibilidades didáticas

Possibilidades didáticas que emergiram da exploração dos artefatos: YBC 7289, Plimpton 322e BM 13901
Possibilita o uso de tecnologias eletrônicas e digitais, o uso de alternativas didáticas ativas comoaplicativos, sites e plataforma de interação virtual
Incentivo à cultura da pesquisa e investigação
A ressignificação e reconstrução de aspectos conceituais de conteúdos matemáticos estudados na Educação Básica, bem com as contribuições de civilizações nos aspectos sociais, culturais ehistóricos sendo mediadas pela História da Matemática
Proporciona um melhor estudo que seja possível para a compreensão, utilidade e a aplicação daMatemática, tornando-a mais significativa para os estudantes
Contribui para a percepção na humanização da Matemática: não se trata apenas de números,expressões, teoremas e fórmulas, mas sim de pessoal, povos, civilizações. De uma construção humana
Trabalhar de forma interdisciplinar: História, Geografia, Arte, Informática, Filosofia e Sociologia
Possibilidade de perceber ou mapear o surgimento da Matemática ligada à história de uma civilização antiga, bem como a necessidade humana de quantificar. Desencadeamento da visãosobre o desenvolvimento da Matemática relacionando sua origem a escrita, povos e civilizações
Valorização do percurso histórico e o paralelismo entre, conteúdos, fatos, personagens, povos ecivilizações presentes no estudo por meio da História da Matemática
Torna uma aula mais produtiva, didática, mais útil e interessante
Possibilita que aluno se engaje na autonomia para construção de seu próprio aprendizado, crieânimo e motivação para o saber matemático
Desperta a curiosidade em conhecer fatos históricos relacionados a personagens, conteúdos,conceitos e área da Matemática
Concebe ao alunado a oportunidade de um processo questionador, a sala num ambiente investigador, numa aula desafiadora que proporciona ao aluno encontrar respostas as suas indagações cognitivas que possibilite a construção de suas ideias
Reconhecer outros métodos e outras espécies de representações numéricas
Identificar outros conteúdos matemáticos presentes na Educação Básica que emergem da exploração dos artefatos

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Possibilidades didáticas identificadas a partir da exploração de artefatos históricos matemáticos mesopotâmicos são entendidas como ideias ou sugestões práticas para a ação docente com potencial e úteis ao ensino de Matemática por meio da História da Matemática, partindo de informações, objetos, fatos, relatos, personagens, civilizações e artefatos que evidenciam e revelam uma magnitude da História da Matemática e desta sendo possível o uso didático-pedagógico em sala de aula após um planejamento do professor, conforme afirma Silva Neto, Sousa e Cunha (2022).

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos que este estudo que elaborou três atividades didáticas a partir de uma exploração sobre os artefatos mesopotâmicos, YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901 pode desencadear subsídios teóricos e metodológicos à prática de outros professores de Matemática, assim como outros

pesquisadores no uso das atividades, pois, elencamos algumas possibilidades didáticas como resposta a nossa questão norteadora: quais possibilidades didáticas podem emergir através de explorações de artefatos mesopotâmicos em atividades didáticas para o ensino de Matemática em uma turma de Ensino de Médio?

Como resposta à indagação que movimenta este estudo as possibilidades didáticas identificadas a partir da exploração de artefatos históricos matemáticos mesopotâmicos foram descritas como possibilidade de ressignificação da Matemática a partir da experiência com os alunos; reconhecimento e valorização do percurso histórico de civilizações; existência de uma perspectiva interdisciplinar; incentivo à cultura da pesquisa e investigação; percepção de novos métodos de resolução de problemas matemáticos, mudança de concepção da Matemática como pronta e acabada, mas sempre em construção; possibilidade de humanização da Matemática; esclarecimento de alguns porquês matemáticos, por exemplo, como surge e por que usamos a fórmula de resolução de equação do segundo grau. Com uso da História da Matemática percebemos também a motivação dos alunos; novas experiências; aula produtiva e atrativa; o uso das tecnologias eletrônicas e digitais, outros artefatos e novas pesquisas.

O presente texto apresentou contribuições com a elaboração de proposta de atividades investigativas, utilizando a História da Matemática como recurso didático e auxiliadora no processo pedagógico, cumprindo com uma de suas finalidades, promovendo um ensino de Matemática que buscou a ressignificação do conhecimento desenvolvido. Tal postura prática, nos momentos de intervenções deste estudo, foi possível imprimir motivação, produção e despertar a curiosidade e criatividade tanto dos participantes (alunos) quanto do próprio pesquisador, que terá sua prática docente reformulada quanto ao ensino de Matemática.

Dessa forma, pensamos que este estudo pode contribuir e fomentar novas discussões na área da História da Matemática para o ensino, mais especificamente no uso de artefatos mesopotâmicos em atividades didáticas no ensino de conteúdos matemáticos, visto que os Quadros 4, 5 e 6 apresentam os conteúdos que emergem da exploração dos artefatos. Desta forma, é viável a utilização da metodologia investigação histórica no ensino mediada por atividades didáticas de cunho histórico com a exploração dos artefatos matemáticos mesopotâmicos.

Sinalizamos a necessidade de que novas pesquisas quanto às possibilidades de presença do conceito trigonométrico na tábua Plimpton 322 devem ser desenvolvidas. Dessa forma, recomendamos que outros professores e pesquisadores, possam utilizar os artefatos matemáticos mesopotâmicos, aqui

explorados, bem como outros, dentre os vários existentes e diferentes expostos em diversos locais. Mas, que sobretudo os professores sejam conscientes de que pesquisas como estas e que a inserção de artefatos históricos no ensino de Matemática demanda movimento, mudança de postura profissional, estudos e pesquisas para criação de atividades propostas em salas de aula.

REFERÊNCIAS

BARDIN, Laurence. Análise de Conteúdo. São Paulo: Edições 70, 2016.

BOGDAN, Robert C; BIKLEN, Sari Knopp. Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos. Porto Editora, 1994.

BOYER, Benjamin. Carl; MERZBACH, Uta. C. História da matemática. Tradução: Helena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira. ROQUE, Tatiana. Tópicos de história da matemática. SBM, Rio de Janeiro, 2013. (Coleção PROFMAT).

CHAQUIAM, Miguel. Ensaios temáticos: História da Matemática em sala de aula. Belém: SBEM, 2017.

EVES, Howard, Introdução à História da Matemática. Trad. de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas, Editora da Unicamp. 2004.

FUNARI, Pedro Paulo Abreu. Arqueologia. São Paulo: Editora Ática, 1988.

GIL, Antônio Carlos. Como elaborar projeto de pesquisa. São Paulo: Editora Atlas, 4. ed. 2002.

GONÇALVES, Ida Maria Faria de Lira. Os problemas da matemática: o seu papel na matemática e nas aulas de matemática. 2011. 491 f. Tese (Doutorado em Matemática), Universidade da Madeira, Funchal, 2011.

KATZ, Victor. A History of Mathematics: an introdution. 3. ed. Columbia: Pearson Education, 2009.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. Fundamentos de metodologia científica. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MENDES, Iran Abreu. História da matemática no ensino: entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. (Coleção História da Matemática para Professores).

MENDES, Iran Abreu. Investigação histórica no ensino de matemática. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009b.

MENDES, Iran Abreu. Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009a.

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel. História nas aulas de matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMAT, 2016.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. História na educação matemática: propostas e desafios. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Tendências em Educação Matemática).

OLIVEIRA, Rosalba Lopes de Ensino de Matemática; História da Matemática e Artefatos: Possibilidades de Interligar Saberes em Cursos de Formação da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Tese de Doutorado. UFRN: Programa de Pós-Graduação em Educação, 2009.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo. A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades. São Paulo: Papirus, 2006.

RAMOS, Felipe dos Santos. Problemas do segundo grau na Babilônia. 2018. 59f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de janeiro, 2018.

ROQUE, Tatiana. História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SAITO, Fumikazu. História da Matemática e suas (re)construções contextuais. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SILVA NETO, Benjamim Cardoso da. Criatividade didática em dissertações e teses sobre História para o Ensino de Matemática (1990-2018). 2021. 169f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto de Educação Matemática e Cientifica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2021.

SILVA NETO, Benjamim Cardoso da; SOUSA, Celma Damas de; CUNHA, Well Max Maia da. A exploração do Tablete Babilônico Ybc 7289 de 1800 a. C para o ensino de Matemática: possibilidades didáticas com o uso da História da Matemática. Revista Interdisciplinar Animus, v. 3, n. 1, p. 1-17, 2022. Disponível em:

https://animus.plc.ifmt.edu.br/index.php/v1/article/view/70. Acesso em: 15 Jan 2023.

THE BRITISH MUSEUM. Figulla H H 1961, I Catalogue of the Babylonian Tablets in the British Museum. Disponível em < https://www.britishmuseum.org/collection/object/W_1896- 0402-1>. Acesso em: 10 set 2022.

TRIVIZOLI, Lucieli Maria. Um panorama para a investigação em história da matemática: surgimento, institucionalização, pesquisas e métodos. Revista Paranaense De Educação Matemática, v.5, n. 8, p. 189–212, 2016. Disponível em:

https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6019/4042. Acesso em: 01 out 2022.

Capítulo 8

10.37423/240809266

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO PROPOSTA DE ELETIVA PARA O NOVO ENSINO MÉDIO

Joice de Lima Costa Rocha

Secretaria de Educação do Ceará (SEDUC)

Antonio Gomes Nunes

Universidade Federal Rural do Semi-Árido-UFERSA



Resumo: Diante dos desafios enfrentados pelos professores ao adaptarem-se a estrutura curricular do Novo Ensino Médio, este estudo propõe uma disciplina eletiva voltada para a área da Matemática e suas tecnologias. Tal disciplina tem por título “História da Matemática” e como finalidade, despertar o interesse pela matemática através do conhecimento da sua história. Além disso, a disciplina proposta visa proporcionar aos estudantes uma perspectiva mais ampla sobre a matemática, mostrando que ela é uma disciplina em constante evolução, influenciada pelo pensamento humano e pelas necessidades sociais. Assim, o objetivo central desta pesquisa é fornecer aos professores uma proposta de currículo de uma disciplina eletiva, incluindo ementa e objetos de conhecimentos à serem abordados. Visando não apenas proporcionar uma resposta prática aos requisitos do Novo Ensino Médio, mas também oferecer uma abordagem educacional inovadora que inspire o interesse dos estudantes e promova uma compreensão mais profunda e acessível da matemática.

Palavras-chave: História da Matemática, Novo Ensino Médio, Disciplina Eletiva, Ensino, Aprendizagem.

INTRODUÇÃO

Etapa final da educação básica, o ensino médio tem como finalidades a preparação para o trabalho e a cidadania do educando. Além disso, promove o aprimoramento do educando como pessoa humana, a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual, bem como do pensamento crítico, compreensão dos fundamentos científico-tecnológico dos processos produtivos, dentre outras (BRASIL). Pensando nisto, o ministério da educação no ano de 2017 propôs mudanças significativas na estrutura do ensino médio a fim de atender melhor às expectativas profissionais dos jovens e seus projetos de vida. Dentre essas mudanças estão os itinerários formativos.

O Novo Ensino Médio (NEM), passa a ser composto por uma parte comum à todos os estudantes, e outra parte diversificada, onde cabe ao estudante escolher, dentre as opções ofertadas pelas instituições de ensino, um arranjo de unidades curriculares que deseja cursar a fim de aprofundar e ampliar as aprendizagens em uma ou mais áreas de conhecimento. Essa parte diversificada do currículo é chamada de Itinerários Formativos.

Os itinerários formativos (IF) são conjuntos de unidades curriculares ofertadas pelas instituições e redes de ensino que possibilitam ao estudante aprofundar seus conhecimentos e se preparar para o prosseguimento de estudos ou para o mundo do trabalho de forma a contribuir para a construção de soluções de problemas específicos da sociedade (BRASIL[3]).

Em suma, os itinerários formativos referem-se aos diferentes caminhos educacionais ou trajetórias que os estudantes podem escolher dentro do seu currículo. Eles são compostos por: unidades curriculares eletivas, unidade curriculares obrigatórias, unidades curriculares voltadas para o projeto de vida e as trilhas de aprofundamento.

As Unidades Curriculares Eletivas ou disciplinas eletivas, por sua vez, são os componentes do currículo que os estudantes podem escolher dentro do itinerário formativo que selecionaram. Essas disciplinas são opcionais e permitem que os alunos aprofundem seus estudos em áreas específicas ou explorem tópicos de seu interesse.

No ano de 2022, todas as escolas de ensino médio do Brasil tiveram que modificar seus currículos a fim de se adequarem ao Novo Ensino Médio (NEM), e com isso, os professores tiveram que se desdobrar para pensar, planejar e escolher que itinerários formativos, trilhas de aprofundamento e eletivas a escola irá disponibilizar aos alunos, articular projetos integradores, elaborar ementas para

estas disciplinas eletivas, além de toda a demanda que as disciplinas obrigatórias já exigem do professor.

Sem livro didático para auxiliar na elaboração de tais disciplinas, pouca formação direcionada e tempo exíguo disponível para planejamento, a elaboração de disciplinas eletivas para se adequar às novas regras acaba sendo uma tarefa cada vez mais difícil.

A disciplina eletiva que propomos neste trabalho visa despertar o interesse pela matemática através do conhecimento da sua história além de proporcionar aos estudantes uma perspectiva mais ampla sobre a matemática, mostrando que ela é uma disciplina em constante evolução, influenciada pelo pensamento humano e necessidades sociais.

REFERENCIAL TEÓRICO

ITINERÁRIOS FORMATIVOS

No novo ensino médio no Brasil, são os itinerários formativos que permitem aos estudantes escolherem parte do currículo de acordo com seus interesses e aptidões, garantindo assim a flexibilidade do currículo.

Os itinerários formativos tem como objetivos:

- Aprofundar as aprendizagens relacionadas às competências gerais;

- Consolidar a formação integral dos estudantes, desenvolvendo a autonomia necessária para que realizem seus projetos de vida;

- Promover a incorporação de valores universais, como ética, liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade; e

- Desenvolver habilidades que permitam aos estudantes ter uma visão de mundo ampla e heterogênea, tomar decisões e agir nas mais diversas situações, seja na escola, seja no trabalho, seja na vida. (BRASIL[2])

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio estabelecem que os itinerários formativos devem ser organizados a partir de quatro eixos estruturantes. São eles:

1.Investigação Científica;
2.Processos Criativos;
3.Mediação e Intervenção Sociocultural; e,

4.Empreendedorismo.

Além disso, a organização curricular dos itinerários formativos deve ser dada por disciplinas, oficinas, unidades/campos temáticos, projetos, dentre outras vivências que possibilitem a flexibilização do currículo.

As disciplinas eletivas, por sua vez, fazem parte desta parte flexível do currículo, tendo como objetivo proporcionar uma formação mais personalizada e flexível, permitindo que os alunos aprofundem seus conhecimentos em áreas de seu interesse ou desenvolvam habilidades específicas. As disciplinas eletivas abrangem diferentes áreas do conhecimento e podem variar de acordo com a oferta de cada escola.

É importante ressaltar que a oferta das disciplinas eletivas pode variar entre as escolas, dependendo da infraestrutura, recursos das instituições, corpo docente e interesse dos alunos. A ideia é que os estudantes tenham a oportunidade de escolher itinerários formativos que se alinhem com seus interesses, aptidões e projetos de vida, permitindo uma formação mais personalizada e significativa.

Com a possibilidade de escolher disciplinas eletivas, os estudantes são incentivados a se tornarem protagonistas de sua própria aprendizagem, tomando decisões sobre seus percursos formativos e desenvolvendo habilidades de autogestão. Isso contribui para o desenvolvimento de competências como autonomia, responsabilidade e capacidade de fazer escolhas conscientes.

O novo ensino médio propõe uma maior integração entre teoria e prática, buscando aproximar os conteúdos curriculares da realidade dos estudantes. Isso pode ser alcançado por meio de atividades práticas em laboratórios, oficinas, clubes, observatórios, incubadoras, núcleos de estudos, núcleos de criação artística, projetos interdisciplinares, visitas técnicas, participação em disciplinas eletivas, e outras experiências que relacionem os conhecimentos escolares com o mundo do trabalho e da cidadania.

MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Na BNCC (Base Nacional Comum Curricular), o Ensino Médio está organizado em quatro áreas do conhecimento, seguindo os parâmetros determinados pela LDB (Lei de diretrizes e bases da educação nacional). Em cada área do conhecimento, são definidas competências específicas que devem ser fomentadas ao longo desta etapa, tanto no contexto da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) quanto nos itinerários formativos das diversas áreas. A fim de garantir o desenvolvimento das competências específicas de cada área, é associado a cada uma delas um conjunto de habilidades que

representam as aprendizagens essenciais a serem asseguradas para todos os estudantes do Ensino Médio no âmbito da BNCC.

Cada uma das habilidades é identificada por um código alfanumérico, como por exemplo EM13MAT102, sendo composto da seguinte maneira: O primeiro par de letras (EM) indica a etapa Ensino Médio, o primeiro par de números (13) indica que as habilidades descritas podem ser desenvolvidas em qualquer uma das séries do Ensino Médio, a segunda sequência de letras (MAT) indica a área, representada por três letras, ou o componente curricular, representado por duas letras. No caso na área de Matemática e suas Tecnologias, MAT. Os números finais indicam a competência específica à qual a habilidade está relacionada (primeiro número) e sua numeração no conjunto de habilidades associadas a cada competência (dois últimos números). Assim, pelo critério descrito acima, EM13MAT102 refere-se à segunda habilidade da área de Matemática e suas Tecnologias relacionada à competência específica 1, e que pode ser trabalhada em qualquer série do ensino médio.

A BNCC para o ensino médio da área de Matemática e suas Tecnologias propõe a expansão e aprofundamento das aprendizagens fundamentais desenvolvidas até o 9º ano do Ensino Fundamental tendo como foco a construção de uma visão integrada da matemática, aplicada à realidade. Para isto, os estudantes devem desenvolver habilidades relacionadas aos processos de investigação, criação de modelos e resolução de problemas, sendo-os encorajados a: (i) mobilizarem seu próprio modo de raciocinar, interagindo com colegas e professores, investigando, explicando e justificando problemas resolvidos por meio da argumentação matemática; (ii) representar, por meio de elaborações de registros para relembrar conceitos e objetos matemáticos; (iii) argumentar, através da formulação e testagem de conjecturas com apresentação de justificativas; (iv) comunicar-se, sendo capaz de apresentar seus resultados, não apenas por meio de símbolos matemáticos, mas também por meio da expressão oral, transmitindo suas descobertas verbalmente, (v) além de aprender conceitos, desenvolver representações e procedimentos mais avançados.

> No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área. (BRASIL 4. pág. 46.)

De acordo com a BNCC, os diferentes campos da matemática - Aritmética, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, Grandezas e Medidas - devem estar integrados, sempre mantendo a devida correlação entre eles.

A BNCC ressalta também a importância de proporcionar ao estudante o letramento matemático, assegurando que os mesmos reconheçam que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para entender e interagir efetivamente no mundo. Além disso, a BNCC reconhece também que um dos desafios para a aprendizagem da matemática é transmitir aos estudantes a percepção de que ela não se resume a um conjunto de regras e técnicas, mas está intrinsecamente ligada à nossa cultura e história.

> Essa percepção da unidade da Matemática, além da diversidade de suas práticas, serve também para mostrar que o desenvolvimento da disciplina é fruto da experiência humana ao longo da história. Assim, ela não é um edifício perfeito que surgiu pronto da mente de poucos seres privilegiados, a fim de ser estudada para puro deleite intelectual. O desenvolvimento gradual desse campo do saber, por seres humanos inseridos em culturas e sociedades específicas, confere a ela valores estéticos e culturais, e fornece uma linguagem com a qual pessoas de diferentes realidades podem se comunicar, com precisão e concisão, em várias áreas do conhecimento. (BRASIL 4. Pág.98)

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A fim de justificar a escolha do tema para a Disciplina Eletiva a ser proposta, foi feita uma busca por artigos que justificassem o uso da história da matemática em sala de aula. Para isto, foi usado como fonte de pesquisa o Google Scholar, o acervo de dissertações do PROFMAT disponível no site do programa, e também o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). Nesta procura, encontramos diversos artigos e trabalhos científicos que creditam o uso da história da matemática como ferramenta metodológica, de forma a favorecer o ensino-aprendizagem da matemática. Neste tópico então, será feito uma síntese sucinta de algumas das literaturas encontradas a fim de dar suporte teórico para certificar o uso da história da matemática em sala de aula.

Inicialmente, recorreu-se ao ilustre professor Ubiratan D'Ambrósio para responder a pergunta: Para que serve a História da Matemática? Para ele, as principais finalidades da história da matemática são:

1.para situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução;

2.para mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade;

3.para destacar que essa Matemática teve sua origem nas culturas da antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio;

4.para saber que desde então a Matemática foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas, se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico, e avaliar as consequências socioculturais dessa incorporação.

Assim, para D'AMBROSIO a abordagem da História da Matemática no ensino deve ser principalmente valorizada por sua capacidade de motivar o interesse pela Matemática.

Em concordância com esta concepção encontramos o trabalho de (DA COSTA, 2016), que diz:

> [...]à medida que utilizando fatos históricos sobre a vida dos matemáticos e a finalidade de algumas descobertas, quando abordados em sala de aula, pode estimular os alunos ao aprendizado da disciplina e a desmistificar a ideia de que Matemática é direcionada apenas aos mais bem capacitados intelectualmente.(DA COSTA, 2016)

Para Pereira (2022), a história pode contribuir para facilitar o aprendizado da matemática sendo uma fonte que incentiva a pesquisa dos conteúdos já estudados em sala. Para a autora, a história da matemática tem importante papel no ensino, pois revela quais foram as necessidades de diferentes povos que os levaram a recorrer à matemática para dar respostas aos problemas que se apresentavam.

> A história permite estabelecer comparações entre os conceitos matemáticos do passado e do presente de diferentes culturas e momentos históricos, possibilitando o aluno a entender as diversas construções matemáticas e, assim, a utilizar a mais favorável ao seu aprendizado. (PEREIRA, 2022)

Corroborando com esta ideia, Amorim (2014) afirma que conhecer o desenvolvimento dos conceitos matemáticos auxilia os estudantes na identificação e correção de erros, pois eles aplicam esses conhecimentos em situações didáticas e adquirem uma compreensão gradual de determinados conceitos.

Lustosa (2021) defende o uso da História da Matemática em sala de aula para que se dê sentido aos conceitos e fórmulas pré-embalados, uma vez que os conceitos sejam trabalhados a partir de um contexto, o que torna a aprendizagem mais significativa e incentiva a reflexão e análise. O autor afirma ainda que:

> Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento.

Silveira, 2013 aplicou um projeto em uma escola de ensino médio no interior do Ceará, que tinha como base a utilização da História da Matemática como o principal elemento motivador, resultando nas seguintes considerações:

> Propomos a utilização da História da Matemática como elemento motivador para o ensino e aprendizagem dos conteúdos de Matemática, pois com isso construiremos uma relação Aluno-Matemática prazerosa e divertida, acabando com a ideia que as coisas da Matemática não tem explicação e com o fato de pensarmos que ela é "SEMPRE EXATA" e o pensamento de vê como complicado, situações bem simples. Como determinar as raízes da equação do 2º grau, calcular o valor numérico de uma expressão com números na forma de fração ordinária ou decimal, entre outras, ao invés de perceber as fórmulas ou métodos de resoluções como o resultado de estudo de várias gerações. Utilizamos somente a etapa final de um processo, a qual representa a mais simples, entretanto temos que acreditar que é possível ensinar nossos alunos a partir da origem, mesmo que pareça a forma mais complicada. Porém com sentido e uma construção lógica.

Santos (2007) em sua dissertação de mestrado busca responder a seguinte pergunta: "O uso da História da matemática no processo de ensino de Matemática pode levar o aluno a ter uma aprendizagem mais significativa e eficiente? Para isto, o autor justifica o uso da mesma com 12 pontos considerados positivos em relação ao uso da História da Matemática como ferramenta de ensino.

São eles:

1. A história é uma fonte de motivação para o ensino da matemática;
2. A história constitui-se numa fonte de objetivos para o ensino da matemática;
3. A história constitui-se numa fonte de métodos adequados de ensino da matemática;
4. A história é uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporadas nas aulas de matemática;
5. A história é um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino;
6. A história constitui-se num instrumento de formalização de conceitos matemáticos;
7. A história é um instrumento de promoção do pensamento independente e crítico;
8. A história é um instrumento unificador dos vários campos da matemática;

9. A história é um instrumento promotor de atitudes e valores;
10. A história constitui-se num instrumento de conscientização epistemológica;
11. A história é um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática;
12. A história é um instrumento que possibilita o resgate da identidade cultural.

Silva, 2019, abordou a contribuição da História da Matemática na formação da cidadania dos alunos. Para isso, investigou como a história da matemática, enquanto recurso de ensino, tributa no processo de transformação cognitiva, intelectual, social e cultural da pessoa. Silva explorou em seu trabalho a Educação Matemática, Cidadania, História da Matemática e a formação da cidadania, estabelecendo a relação entre a matemática e a cidadania e chegou à conclusão de que o ensino da matemática por meio da História da Matemática não apenas estimula os alunos a pensar e refletir sobre o contexto histórico em que se originou a produção de conhecimento matemático, mas também destaca o grande número de pessoas envolvidas no processo de sua construção.

Feliciano (2008) realizou uma pesquisa qualitativa a fim de analisar o ponto de vista de nove docentes das redes públicas e privadas do Ensino Fundamental II e Médio a fim de analisar o ponto de vista desses docentes em relação aos elementos intrínsecos que ligam a História da Matemática ao processo de ensino e aprendizagem de matemática. Pudemos sintetizar de sua pesquisa que, para a maioria dos professores entrevistados temos que:

1. A História da Matemática em sala de aula pode:
    a. Mostrar a relevância da Matemática na vida e em aplicações práticas da Matemática;
    b. Ser utilizada como forma de contextualização do conteúdo;
    c. Motivar os alunos a estudar conceitos matemáticos.
2. A História da matemática pode ser utilizada de modo efetivo para:
    a. Trabalhar com o desenvolvimento do conceito de número.
3. O PCN e a História da Matemática na visão dos entrevistados:
    a. Relaciona, mas apresenta obstáculos.

Além disso, 77,78% dos professores entrevistados consideram que o cumprimento do extenso conteúdo proposto para o ano letivo é um elemento que dificulta o uso da História da Matemática em

sala de aula, pois o tempo disponível não é suficiente. E 66,67% dos entrevistados apontam que a falta de desenvolvimento de materiais que auxiliem o trabalho do professor com a História da Matemática é uma das grandes problemas para o uso da História da Matemática em sala de aula.

De fato, a História da Matemática é um excelente instrumento para contextualização dos conteúdos, como vemos em De Castro, 2016.

> [...]crê-se que ao apresentar um conteúdo matematicamente lógico, sua compreensão será facilitada se introduzida de forma a mostrar sua importância e seu segmento até o momento presente dentro do contexto real, ressaltando que para encontrar se neste resultado, houve erros, dúvidas, perguntas e, finalmente o acerto. Esses são objetivos que orientam os aspectos das questões pesquisadas.

Dadas as vantagens que a História da Matemática oferece no contexto do ensino e aprendizado da matemática, pode-se observar, no trabalho de Jelin, 2021, que a revisão da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) trouxe perspectivas significativas quanto à abordagem histórica dos conteúdos.

> existe um descompasso entre a importância dada à História da Matemática dentro e fora da sala de aula; as novas balizas do Ensino Médio, embora não incentivem expressamente a adoção do recurso didático, podem servir para diminuir o fosso, em benefício de professores e alunos; para tanto, é preciso buscar correspondências entre elementos da História da Matemática e o programa curricular, tal qual expresso na BNCC-EM. (JELIN, 2021)

Essa alegação pode encontrar respaldo no seguinte trecho da BNCC:

> Cumpre também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática. (BRASIL, 2017, p. 299)

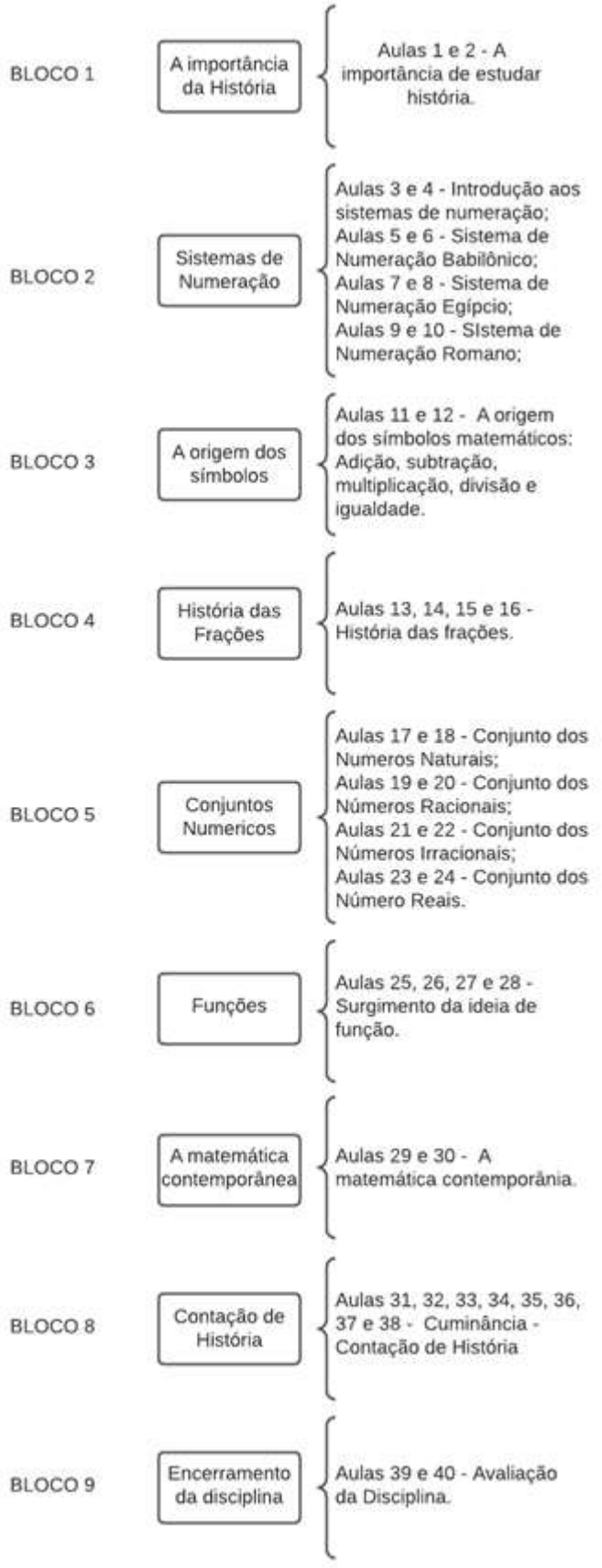
Dessa forma, é possível concluir que as várias vantagens associadas ao uso da História da Matemática na sala de aula contribuem efetivamente para atender aos objetivos estabelecidos pela BNCC.

METODOLOGIA

ESTRUTURAÇÃO DA DISCIPLINA ELETIVA “HISTÓRIA DA MATEMÁTICA”

A disciplina está dividida no que chamamos de “Blocos de Aula”. Blocos de aula neste contexto compreende um conjunto de aulas que tem como objetivo trabalhar o mesmo campo da matemática. Por exemplo, num bloco chamado “Conjuntos Numéricos” tem-se um conjunto de aulas que abordam o conjunto de números naturais, inteiros, racionais e reais.

Assim, a eletiva proposta segue a seguinte estrutura de conteúdos:


BLOCO 1
A importância da História
Aulas 1 e 2 - A importância de estudar história.
BLOCO 2
Sistemas de Numeração
Aulas 3 e 4 - Introdução aos sistemas de numeração;
Aulas 5 e 6 - Sistema de Numeração Babilônico;
Aulas 7 e 8 - Sistema de Numeração Egípcio;
Aulas 9 e 10 - SIstema de Numeração Romano;
BLOCO 3
A origem dos símbolos
Aulas 11 e 12 - A origem dos símbolos matemáticos: Adição, subtração, multiplicação, divisão e igualdade.
BLOCO 4
História das Frações
Aulas 13, 14, 15 e 16 - História das frações.
BLOCO 5
Conjuntos Numericos
Aulas 17 e 18 - Conjunto dos Numeros Naturais;
Aulas 19 e 20 - Conjunto dos Números Racionais;
Aulas 21 e 22 - Conjunto dos Números Irracionais;
Aulas 23 e 24 - Conjunto dos Número Reais.
BLOCO 6
Funções
Aulas 25, 26, 27 e 28 - Surgimento da ideia de função.
BLOCO 7
A matemática contemporânea
Aulas 29 e 30 - A matemática contemporânia.
BLOCO 8
Contação de História
Aulas 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37 e 38 - Cuminância - Contação de História
BLOCO 9
Encerramento da disciplina
Aulas 39 e 40 - Avaliação da Disciplina.

O Bloco 1 é destinado para realização da introdução, cujo objetivo é fazer com que os alunos reconheçam a importância de conhecer a história das coisas.

Nos blocos 2, 3, 4, 5, 6 e 7 estão contidos os temas centrais abordados. São eles, Sistemas de Numeração, A História dos Símbolos, História das Frações, Conjuntos Numéricos, Funções e Matemática Contemporânea.

O Bloco 8 é destinado ao planejamento e à execução da culminância da disciplina. Este evento culminante mencionado refere-se à atividade que representa o ponto máximo desta disciplina. Durante essa ocasião, os alunos terão a oportunidade de demonstrar o conhecimento adquirido e as habilidades desenvolvidas durante o semestre.

Por fim, o Bloco 9 é dedicado à avaliação abrangente da disciplina. Durante essa etapa, os alunos terão a oportunidade de compartilhar seus pontos de vista sobre diversos aspectos do curso, permitindo que o professor obtenha uma visão mais clara dos processos. Essa avaliação possibilitará ao docente realizar melhorias para as próximas aplicações da disciplina.

DETALHAMENTO DOS BLOCOS DE AULA

BLOCO 1 - A importância da História

Habilidades Contempladas:

> (EMIFMAT03) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

Não poderíamos iniciar uma disciplina chamada “História da Matemática” sem antes expor aos alunos o que é a história e de que forma ela se constrói, além de destacar a sua enorme significância para nós, tanto individualmente quanto socialmente. Afinal, todo indivíduo é uma fonte histórica, por si só já faz história, involuntariamente ou não (LIMA, 2015).

Para (D’AMBROSIO, P 97-115, 1999a) a história tem servido das mais diversas maneiras a grupos sociais, desde família, tribos e comunidades, até nações e civilizações. Mas sobretudo tem servido como afirmação de identidade.

Segundo De Barros, 2013:

> "o estudo histórico desempenha um papel importante, na medida em que contempla pesquisa e reflexão da relação construída socialmente e da relação estabelecida entre indivíduo, grupo e o mundo social. Nesse sentido, o ensino de História poderá fazer escolha pedagógica capaz de possibilitar ao aluno refletir sobre seus valores e suas práticas cotidianas e relacioná-los com a problemática histórica inerente ao seu grupo de convívio, à sua localidade, à sua região e à sociedade nacional e mundial."

O objetivo destas aulas então é fazer com que os alunos percebam que cada ser possui a sua história, e que além de possuí-la, ela se faz necessária para explicar fatos e, em muitas das vezes, dar sentido às escolhas de vida de cada um. Assim, fazer com que os alunos reflitam acerca da importância da história coletiva e individual de cada um ajudará a fazer com que os alunos compreendam que conhecer a história da matemática ajudará a fazer com que eles entendam melhor, pois encontrarão sentido em suas fórmulas e teoremas.

BLOCO 2 - Sistemas de Numeração

Habilidades Contempladas:

> (EMIFMATO1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.
>
> (EMIFMATO2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização
>
> (EMIFMAT03) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.
>
> (EMIFCG01) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.

(RODRIGUES e DINIZ, 2015) afirmam que conhecer sistemas de numeração que diferem entre si pela base ou pela estrutura possibilita uma melhor compreensão do funcionamento do Sistema de Numeração Posicional Decimal e, portanto, das operações efetuadas através dele.

Com base nisto, o foco deste bloco de aulas está em fazer compreender a base e a estrutura de sistemas de numeração.

BLOCO 3 - A Origem dos Símbolos Matemáticos

Habilidades Contempladas:

> (EMIFMATO1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.
>
> (EMIFMAT03) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

Finalizadas as aulas dedicadas ao estudo dos sistemas de numeração desenvolvidos por algumas das principais civilizações que desempenharam um papel significativo no desenvolvimento da matemática, separamos então um bloco de 2 aulas para ao estudo da origem dos símbolos matemáticos (adição, subtração, multiplicação, divisão e igualdade).

O estudo desses símbolos, bem como da sua história e evolução torna a matemática mais acessível e lógica. Podemos ver algumas justificativas para o ensino da origem dos símbolos em TRETTEL,2010.

> O entendimento dos símbolos é essencial para a compreensão dos conceitos envolvidos, pois se o aluno entende a linguagem simbólica a disciplina fará sentido para ele, que deixa de resolver questões de forma mecânica. (TRETTEL,2010)

Ainda,

> A simbologia passa a fazer sentido a partir do momento em que é compreendida, esta tem o objetivo de comunicar ideias de forma mais simples, que sejam compreendidas mais rapidamente do que as palavras. (TRETTEL,2010)

BLOCO 4 - HISTÓRIA DAS FRAÇÕES

Habilidades Contempladas

> (EMIFCG02) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade
>
> (EMIFMATO1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.
>
> (EMIFMATO2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização

> (EMIFMAT03) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas (bibliográfica, exploratória, de campo, experimental etc.) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da Matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar as fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

É inegável que o ensino de frações representa um desafio considerável uma vez que muitos estudantes frequentemente se deparam com significativas dificuldades durante o processo de aprendizagem deste conteúdo. (Führ, 2019) apresenta algumas destas dificuldades, e associar este conteúdo a situações práticas do dia a dia se apresenta como a maior delas.

> Ao introduzir o conceito de frações, o professor está apresentando algo totalmente novo aos estudantes em termos de números. Hoje em dia os estudantes estão muito mais exigentes e buscam sentido no que lhes é ensinado. A falta de contextualização e de associação a termos utilizados no dia-a-dia (por exemplo, meio, três quartos, terço, dízimo, meia hora...) acaba afastando o aluno do conteúdo e, como consequência, perde-se a sua atenção. (For, 2019)

Diante disto, separamos um bloco de 4 aulas para apresentarmos aos alunos o conceito de frações de uma forma prática e contextualizada, explorando seu processo histórico a fim de desenvolver no aluno a capacidade de resolver problemas envolvendo frações.

BLOCO 5 - Conjuntos Numéricos

Habilidades Contempladas:

> (EMIFCG01) Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais.
>
> (EMIFCG02) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade.
>
> (EMIFCG03) Utilizar informações, conhecimentos e ideias resultantes de investigações científicas para criar ou propor soluções para problemas diversos.
>
> (EMIFMATO3) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas(bibliográfica, exploratória, de campo, experimental, etc) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

Para o estudo da história dos conjuntos numéricos, foi destinado um bloco de 8 aulas. Para estas aulas, foram utilizadas parte do modelo didático proposto por (Martins, 2022), que consiste em uma coletânea de 6 histórias em quadrinhos, intitulada “Alice e os Conjuntos Numéricos”. Assim, a história dos conjuntos dos números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais serão apresentados aos alunos por meio da leitura e análise dessas histórias em quadrinhos.

Para (Martins, 2022), o uso de histórias em quadrinhos em sala de aula são importantes pois elas podem ser um instrumento viável e levar o estudante a uma melhor compreensão do conteúdo que está sendo abordado, além disso dizem que os quadrinhos podem ser úteis como um “estimulante” na sensibilização dos estudantes quanto a questões referentes ao meio social em que eles vivem, se dando pelo fato de que elas são bastante acessíveis ao público em geral.

BLOCO 6 - Funções

Habilidades Contempladas:

> (EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.
>
> (EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.
>
> (EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
>
> (EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau
>
> (EMIFMATO1) Investigar e analisar situações-problema identificando e selecionando conhecimentos matemáticos relevantes para uma dada situação, elaborando modelos para sua representação.
>
> (EMIFMATO2) Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.

Este bloco de aulas, composto por quatro aulas, é destinado ao estudo da história do conceito e definição de Função.

O conceito de função é amplamente usado em nosso dia a dia. Podemos constantemente relacioná-lo a atividades como realizar compras no supermercado, fazer uma viagem de táxi, tomar decisões financeiras, entre outras. Assim, é de suma importância que o aluno compreenda de maneira significativa tanto a definição quanto a aplicação desse conceito fundamental.

Apesar da abrangência de sua aplicabilidade, o conceito e definição de função é extremamente abstrata e muitos alunos apresentam dificuldades no processo de aprendizagem desse conteúdo matemático. (ANDRADE,2019)

Por estes motivos, buscamos através destas quatro aulas, utilizar a História da Matemática como elemento facilitador na compreensão do conceito de função.

BLOCO 7 - A Matemática Contemporânea.

Habilidades Contempladas neste bloco de aulas:

> (EM13MAT406) Utilizar os conceitos básicos de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.
>
> (EMIFCG02) Posicionar-se com base em critérios científicos, éticos e estéticos, utilizando dados, fatos e evidências para respaldar conclusões, opiniões e argumentos, por meio de afirmações claras, ordenadas, coerentes e compreensíveis, sempre respeitando valores universais, como liberdade, democracia, justiça social, pluralidade, solidariedade e sustentabilidade.
>
> (EMIFMATO3) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas(bibliográfica, exploratória, de campo, experimental, etc) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se mediante argumentação, com o cuidado de citar fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias.

Este bloco de duas aulas tem como principais objetivos compreender os desenvolvimentos matemáticos significativos do século XX até os dias atuais, e explorar as aplicações práticas da matemática na era da computação e nas tecnologias modernas.

BLOCO 8 - Contação de História

Habilidades Contempladas:

> (EMIFMATO3) Selecionar e sistematizar, com base em estudos e/ou pesquisas(bibliográfica, exploratória, de campo, experimental, etc) em fontes confiáveis, informações sobre a contribuição da matemática na explicação de fenômenos de natureza científica, social, profissional, cultural, de processos tecnológicos, identificando os diversos pontos de vista e posicionando-se

> mediante argumentação, com o cuidado de citar fontes dos recursos utilizados na pesquisa e buscando apresentar conclusões com o uso de diferentes mídias

O presente bloco, composto por 8 horas/aulas, é destinado ao planejamento, organização e execução da culminância desta disciplina eletiva.

A culminância a que me refiro consistirá em uma contação de história, onde os alunos terão a oportunidade e espaço de tempo letivo disponíveis para a pesquisa, formação de equipes, escolha de temas e etc.

A divisão destes 8 tempos letivos ocorrerá da seguinte forma: 4 aulas destinadas a formação de equipes, pesquisa, escolha de temas e debates, e 4 aulas destinadas às apresentações e relatos.

A metodologia a ser usada nestas aulas é baseada no método da Sala de Aula Invertida, que consiste em fazer em casa o que era feito em aula, por exemplo, atividades relacionadas à transmissão dos conhecimentos e, em aula, as atividades designadas a serem realizadas em casa, responsáveis pela assimilação do conhecimento, como resolver problemas e realizar trabalhos em grupo. (SCHNEIDERS, 2018).

Assim, ao seguir este método de ensino, debates, organização dos projetos, organização, apresentações dos trabalhos em grupo, leituras, pesquisas, busca de materiais e etc.

(De Souza, 2016) descreve uma série de vantagens que o método da sala de aula invertida pode oferecer aos alunos.

> Trata-se de um processo de aprendizagem que se realiza de fato, de maneira diferente, com a vantagem de o aluno aprender de forma mais personalizada, com autonomia para desenhar, programar seu aprendizado na valorização de suas habilidades e competências, tendo o professor como um facilitador do processo de aprendizagem.

Essas aulas visam oferecer uma perspectiva cronológica, permitindo que os alunos vejam a evolução da matemática ao longo do tempo e compreendam melhor o contexto histórico que moldou a disciplina.

Além disso, elas proporcionam uma transição natural para o trabalho de encerramento da disciplina, que será apresentado nas próximas aulas, permitindo que os alunos reflitam sobre a importância histórica da matemática e como ela continua a impactar nossa compreensão do mundo hoje.

BLOCO 9 - Encerramento da Disciplina.

As duas últimas aulas são dedicadas ao encerramento da disciplina, proporcionando ao professor a oportunidade de realizar uma avaliação da disciplina eletiva, visando identificar áreas de

aprimoramento para futuras implementações, adaptando o conteúdo às demandas específicas da comunidade escolar.

Nesta avaliação o professor deverá promover um diálogo, permitindo que os alunos expressem suas opiniões sobre diversos elementos da disciplina eletiva, tais como conteúdos, metodologias, atividades, e também em relação à culminância.

Poderá também ser aplicada uma série de perguntas a fim de permitir que os alunos compartilhem suas opiniões sobre diversos aspectos da disciplina eletiva.

Recomendamos que os seguintes questionamentos sejam feitos aos alunos:

1. Quais foram os tópicos históricos mais interessantes ou relevantes abordados na disciplina?
2. Qual método você achou mais eficaz para compreender os contextos históricos da matemática?
3. A realização de atividades em grupo contribuiu para a compreensão da história da matemática?
4. Quais recursos didáticos (livros, vídeos, sites, etc.) foram mais úteis para a sua aprendizagem?
5. O que você achou da culminância da disciplina? (Contação de história)
6. Você recomendaria esta disciplina a outros estudantes? Por quê?
7. Há algo mais que gostaria de compartilhar sobre a experiência na disciplina "História da Matemática"?

Com base nas respostas fornecidas pelos alunos às perguntas mencionadas anteriormente, o professor terá a oportunidade de realizar uma avaliação crítica de seus métodos e abordagens pedagógicas em relação a esta disciplina, permitindo uma análise mais aprofundada e reflexiva sobre a eficácia do ensino.

RESULTADOS

Os resultados desta pesquisa se concretizaram por meio do desenvolvimento de um produto educacional, que compreende uma ementa e um roteiro didático para uma disciplina eletiva com carga horária de 40 horas/aula destinada ao ensino médio.

A disciplina tem por título “História da Matemática”, e nela são abordados assuntos inerentes à história de conteúdos fundamentais para a compreensão matemática, como sistemas de numeração, frações, conjuntos numéricos, funções e aborda também a relação da matemática com as tecnologias atuais.

A disciplina eletiva proposta deve integrar a carga horária destinada aos itinerários formativos, tendo como finalidade possibilitar aos estudantes a ampliação e o aprofundamento de seus conhecimentos referentes aos conteúdos pertencentes a formação geral básica.

Além disso, a eletiva "História da Matemática" deve fazer parte do eixo estruturante "Investigação Científica" e tem como ênfase ampliar a capacidade dos estudantes de investigar a realidade, compreendendo, valorizando e aplicando o conhecimento sistematizado, por meio da realização de práticas e produções científicas (BRASIL[2]). Ou seja, tal disciplina também visa a preparação dos estudantes para prosseguimento dos estudos, visto que a capacidade de realizar pesquisas com embasamento teórico é de suma importância para a continuidade no ensino superior.

Os objetivos gerais e específicos da disciplina eletiva proposta têm como base os objetivos do eixo Investigação Científica, a qual está integrada.

Os objetivos do eixo Investigação Científica são:

> 1. Aprofundar conceitos fundantes das ciências para a interpretação de ideias, fenômenos e processos;
>
> 2. Ampliar habilidades relacionadas ao pensar e fazer científico;
>
> 3. Utilizar esses conceitos e habilidades em procedimentos de investigação voltados à compreensão e enfrentamento de situações cotidianas com proposição de intervenções que considerem o desenvolvimento local e a melhoria da qualidade de vida da comunidade (BRASIL[2]).

Assim, com atenção voltada em cumprir os objetivos do eixo a qual está inserida, os objetivos da disciplina eletiva História da Matemática são:

Objetivo Geral:

Despertar o interesse pela matemática através do reconhecimento de sua relevância para a construção da vida em sociedade.

Objetivos Específicos:

- Ampliar o conhecimento dos estudantes acerca da matemática;
- Compreender que a matemática não surgiu ao acaso;
- Conhecer os processos históricos que levaram as civilizações a desenvolverem a matemática que conhecemos hoje;
- Incentivar a leitura de textos científicos;
- Promover a escrita.

A disciplina proposta tem duração de um semestre, com tempo total de 40 horas/aula, sendo dois tempos semanais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do vasto conjunto de estudos na literatura que defendem o emprego da História da Matemática no ambiente educacional, é crucial destacar a lacuna existente no fornecimento de orientações práticas para uma implementação efetiva dessa abordagem em sala de aula. Este trabalho, ao direcionar sua atenção para essa carência, assume a responsabilidade de contribuir significativamente para o enriquecimento do repertório pedagógico dos professores de matemática.

Nesse contexto, acreditamos que trabalhos futuros poderão complementar esse acervo ao desenvolver sequências didáticas que explorem a história da matemática como um facilitador da compreensão dos conceitos matemáticos. Ao integrar de forma mais sistemática essa abordagem histórica ao processo de ensino, seria possível enriquecer ainda mais as estratégias pedagógicas e promover uma aprendizagem mais significativa.

Além disso, consideramos que uma extensão deste estudo seria a condução de uma análise aprofundada dos resultados obtidos, tanto em termos do aumento do conhecimento quanto da receptividade e apreciação dos alunos em relação aos roteiros propostos. A sistematização desses dados poderia fornecer entendimentos valiosos sobre a eficácia da abordagem adotada, permitindo a identificação de áreas de melhoria e refinamento. Dessa maneira, a continuidade desta pesquisa poderia contribuir significativamente para a evolução constante da disciplina, proporcionando uma base sólida para futuras melhorias no processo de ensino e aprendizagem.

Portanto, ao encerrar este trabalho, reforçamos a relevância não apenas de reconhecer a importância da História da Matemática no processo de ensino, mas também de prover os educadores com instrumentos práticos que possam transformar esse reconhecimento em prática pedagógica tangível. Acreditamos que este esforço contribuirá para uma experiência de aprendizagem mais rica, contextualizada e inspiradora para os alunos, solidificando, assim, a conexão entre a matemática e o desenvolvimento da sociedade.

REFERÊNCIAS

AMORIM, Francisco Reginaldo Roberto. A Utilização do Recurso da História da Matemática para Facilitar a Assimilação de Alguns Conteúdos. Dissertação de Mestrado. PPGMat. UFERSA, 2014.

ANDRADE, Wendel Melo; BRANDÃO, Jorge Carvalho. Contribuições do software geogebra no estudo das funções quadráticas. Brazilian Applied Science Review, v. 3, n. 1, p. 759-776, 2019.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2017. Acesso em: 04 abril de 2023. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB. 9394/1996. BRASIL.

BRASIL². Portaria Nº 1.432, 2018. Disponível em: <https://www.in.gov.br/materia/-/asset_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/70268199>. Acesso em 04 ago. 2023.

BRASIL³. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução Nº 3, de 21 de novembro de 2018. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 22 nov. 2018. Disponível em: <https://normativasconselhos.mec.gov.br/normativa/view/CNE_RES_CNECEBN32018.pdf>. Acesso em: 28.06.2023.

BRASIL4. Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

COSTA, Cleomar Luiz da et al. A história da matemática como estímulo ao ensino-aprendizagem. Dissertação de Mestrando. PROFMAT. IME, 2016.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A interface entre história e Matemática uma visão histórico-pedagógica. Revista história da matemática para professores, v. 7, n. 1, p. 41-64, 2021.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática-elo entre as tradições e a modernidade. Autêntica, 2016.

DE BARROS, Carlos Henrique Farias. Ensino de História, memória e história local. Criar Educação, v. 2, n. 2, 2013

DE CASTRO, Thiago Barros. A História da Matemática como Motivação para o Processo de Aprendizagem e Contextualização dos Conteúdos Matemáticos na Educação Básica. Dissertação de Mestrado. PROFMAT. UFJF, 2016.

DE SOUZA, Pricila Rodrigues; DE ANDRADE, Maria do Carmo Ferreira. Modelos de rotação do ensino híbrido: estações de trabalho e sala de aula invertida. Revista E-Tech: Tecnologias para Competitividade Industrial-ISSN-1983-1838, v. 9, n. 1, p. 03-16, 2016.

FELICIANO, Lucas Factor. O uso da História da Matemática em sala de aula: o que pensam alguns professores do ensino básico. Dissertação de Mestrado, PGEM. UNESP, 2008.

FÜHR, Luciane. A história como facilitadora para o ensino e aprendizagem de frações. Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática, v. 4, n. 1, p. 52-67, 2019.

JELIN, Daniel Fernandes. A história da matemática aplicada à BNCC-EM: Reflexões, relatos e tarefas. Dissertação de Mestrado. PROFMAT. UFSCar, 2021.

LIMA, Jéssica Natane Pessoa De. Pibid: a importância da aula de história, enquanto disciplina escolar. Anais V ENID & III ENFOPROF / UEPB. Campina Grande: Realize Editora, 2015. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/11822>. Acesso em: 01/05/2023 20:21

LUSTOSA, João Batista Siqueira et al. Tópicos da história da matemática e suas contribuições para o ensino básico. Dissertação de Mestrado. PROFMAT. UFCG, 2021.

MARTINS, Greyce Michelinne Rocha et al. Conjuntos Numéricos em Quadrinhos: Uma abordagem da História da Matemática na Educação Básica. Dissertação de Mestrado, PPGECEM. UEPB, 2023.

PEREIRA, Patricia Sheila Figueiredo. Potencialidades Didáticas de Textos e Problemas Históricos Egípcios e Babilônicos para o Ensino de Matemática na Educação Básica. Dissertação (Programa de Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará), Belém, 2022.

RODRIGUES, Aroldo Eduardo Athias; DINIZ, Hugo Alex. Sistemas de numeração: evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino. Ciência e Natura, v. 37, n. 3, p. 578-591, 2015.

SANTOS, Claudimar Abadio dos. A história da matemática como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem da matemática. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SCHNEIDERS, Luís A. O método da sala de aula invertida (flipped classroom). Coletânea Cadernos Pedagógicos: Metodologias Ativas de Aprendizagem. UNIVATES, 2018.

SILVA, Waldyr Collares Costa Neto Silva. A Contribuição da História da Matemática na Formação da Cidadania dos Alunos: uma abordagem no ensino fundamental. Dissertação de Mestrado. PROFMAT. UEMA, 2019.

SILVEIRA, Antônio Carlos de Queiroz. A História da Matemática como Elemento Motivador no Ensino de Matemática. Dissertação de Mestrado. PROFMAT. UFERSA, 2013.

TRETTEL, ALINE DE LIMA. A Origem dos Símbolos Matemáticos como Forma de Ensino. Instituto Municipal de Ensino Superior de Assis. Assis, SP, 2010.



Walter Martins Rodrigues
Elmer Rolando LLanos Villarreal

PRÁTICAS DE ENSINO DE MATEMÁTICA: COLETÂNEA DE PROPOSTAS E AÇÕES VOLTADAS PARA A SALA DE AULA

conhecimentolivre.org/home
contato@conhecimentolivre.org
editoraconhecimentolivre

EDITORA CONHECIMENTO LIVRE